

Geometria na kolesách áut

Miroslava Sovičová, Štefan Havrlent, Lubomír Rybanský

1 Úvod

Pre učiteľa je často veľkou výzvou, keď sa má rozhodnúť, ako predstaví žiakom nový matematický pojem. Mal by zvoliť čo najvhodnejšiu situáciu, ktorá bude tento pojem reprezentovať a ktorá upúta záujem žiakov, zvýši ich vnútornú motiváciu a povzbudí ich k tomu, aby sa dobrovoľne a s nadšením zapojili do práce v triede. Jednou z možných techník na dosiahnutie tohto výsledku je pristupovať k novým pojmom pomocou stimulovania zvedavosti žiakov o veci, s ktorými sa stretávajú každý deň vo svojom okolí. Cieľom tohto článku je predstaviť matematický pojem pravidelných mnohoúhelníkov a koncept dotyčnice ku kružnici prostredníctvom kolies áut.

Autá sú neoddeliteľnou súčasťou našich životov, vidíme ich takmer všade. Žiaci sú s nimi oboznámení, nezáleží na tom, či ide o chlapcov alebo dievčatá. Kolesá áut vhodne a prirodzene reprezentujú charakteristiku pravidelných mnohoúhelníkov a tiež koncept dotyčnice ku kružnici. Použitie tohto kontextu môže byť preto pri vytváraní a budovaní intuitívnych vedomostí o pravidelných mnohoúhelníkoch a dotyčnic u žiakov základných a stredných škôl veľmi prospešné.

2 Kolesá áut ako pravidelné mnohoúhelníky

Najčastejšie používaná definícia pravidelného mnohoúhelníka je, že je to mnohoúhelník, ktorého všetky uhly majú rovnakú veľkosť a všetky strany majú rovnakú dĺžku. V kontexte kolies áut a lúčov na kolesách áut budeme pracovať so stranami mnohoúhelníka a so vzdialenosťou medzi stredom mnohoúhelníka a jedným z jeho vrcholov. Pre našu situáciu je teda oveľa výhodnejšia charakteristika pravidelného mnohoúhelníka ekvivalentná a predchádzajúca: mnohoúhelník je pravidelný vtedy a len vtedy, ak majú jeho strany rovnakú dĺžku a všetky jeho vrcholy majú od stredu mnohoúhelníka rovnakú vzdialenosť.

Stojí za povšimnutie, že je možné nájsť autá, ktoré majú rôzne počty lúčov na diskoch kolies. Počas dlhšieho pozorovania áut v meste sme dokázali nájsť autá s tromi až dvanástimi lúčmi na diskoch kolies. Našli sme tiež niekoľko kolies áut, ktoré mali ešte väčší počet lúčov na diskoch.

2.1 Euklidovské konštrukcie niektorých pravidelných mnohoúhelníkov

Niektoré z pravidelných mnohoúhelníkov je možné skonštruovať len s použitím pravítka a kružidla. Aby sme tieto úlohy prezentovali žiakom inovatívnym a netradičným spôsobom, navrhli sme úlohy zasadené do kontextu kolies áut. Úlohou žiakov je narysovať koleso auta do pracovného listu buď prerýsovaním z obrázka alebo, ak je to možné, podľa vybraného auta z parkoviska pred školou.

Úloha 1

Na obrázku (Obr. 1) vidíte koleso auta so šiestimi lúčmi. Prerýsujte koleso auta a jeho lúče do svojho pracovného listu. Priemer ráfika kolesa vo vašom pracovnom liste nech je 12 cm.



Obr.1 Koleso auta so šiestimi lúčmi.

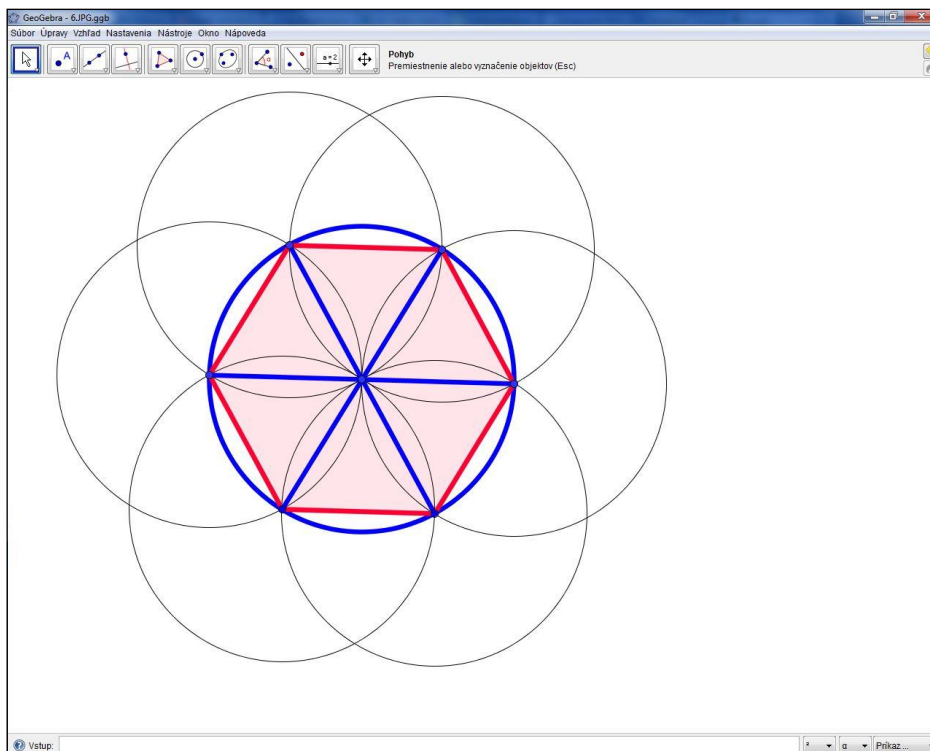
Riešenie:

Je dôležité, aby si žiaci uvedomili, že lúče na disku kolesa majú rovnakú dĺžku. Sú to úsečky, ktorých jeden koncový bod sa nachádza v strede kolesa a druhý na ráfiku kolesa. Koncové body lúčov ležiace na ráfiku kolesa ležia zrejme na kružnici a ich vzdialenosť od oboch susedných bodov je rovnaká (Obr. 2).



Obr.2 Pravidelný šesťuholník na kolese auta so šiestimi lúčmi.

To znamená, že úlohou žiakov je skonštruovať pravidelný šesťuholník vpísaný do kružnice s polomerom 12 centimetrov. Táto konštrukcia je euklidovská konštrukcia, dá sa zostrojiť len za pomoci kružidla a pravítka. Úsečky spájajúce stred pravidelného šesťuholníka s každým z jeho vrcholov tvoria spolu s kružnicou opísanou šesťuholníku koleso auta, ktoré majú žiaci za úlohu narysovať. Útvar je na obr. 3 vyznačený modrou farbou.



Obr.3 Pravidelný šesťuholník skonštruovaný v programe Geogebra.

Úloha 2

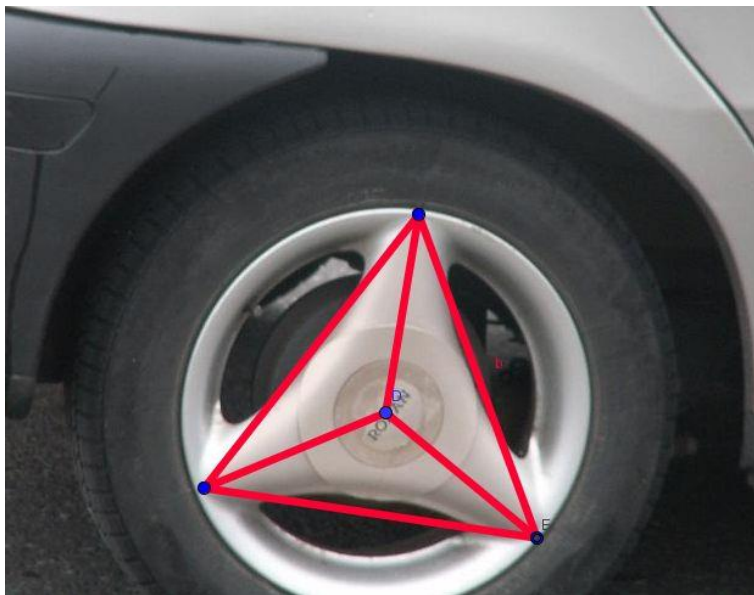
Na obrázku (Obr. 4) vidíte koleso auta s tromi lúčmi. Prerysujte koleso auta a jeho lúče do svojho pracovného listu. Priemer ráfika kolesa vo vašom pracovnom liste nech je 10 cm.



Obr.4 Koleso auta s tromi lúčmi.

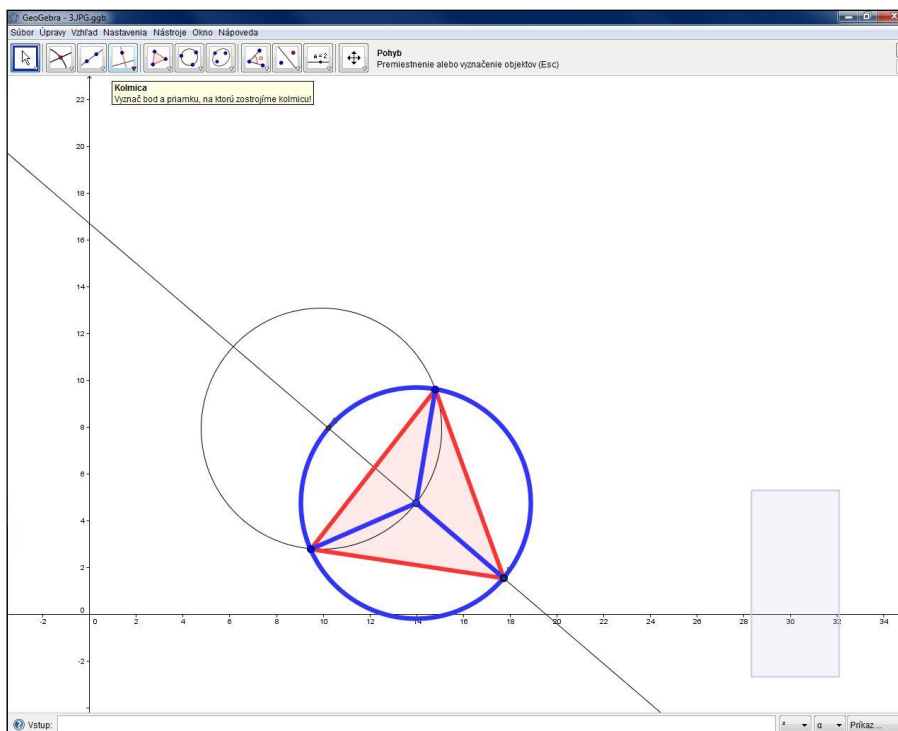
Riešenie:

Geometrická situácia „skrytá“ v úlohe o kolese s tromi lúčmi je vpísanie rovnostranného trojuholníka do kružnice s priemerom 10 centimetrov a nájdenie jeho ťažníc. Stred kružnice je ťažiskom trojuholníka – bodom, kde sa ťažnice trojuholníka pretínajú. Lúče kolesa sú teda dlhšími časťami ťažníc rozpolených ťažiskom (Obr. 5).



Obr.5 Rovnostranný trojuholník na kolese auta s tromi lúčmi.

Pri euklidovskej konštrukcii rovnostranného trojuholníka vpísaného do kružnice s priemerom 10 centimetrov použijeme kružnicu s rovnakým priemerom, kolmicu a vlastnosti ťažníc a ťažiska trojuholníka. Podobne ako v predchádzajúcej úlohe, úsečky spájajúce stred rovnostranného trojuholníka s každým z jeho vrcholov tvoria spolu s kružnicou opísanou trojuholníku koleso auta, ktoré majú žiaci za úlohu narysovať. Útvár je na obr. 6 vyznačený modrou farbou.



Obr.6 Rovnostranný trojuholník skonštruovaný v programe Geogebra.

Podobným spôsobom môžeme vytvárať podobne zadané úlohy na konštrukciu pravidelných mnohoúhelníkov, ktoré je možno zostrojiť euklidovskou konštrukciou. Líšia sa úrovňou náročnosti a preto je možné použiť ich nielen na základných a stredných školách, ale aj ako úlohy pre študentov matematiky na vysokých školách.



Obr.7 Iné pravidelné mnohoúhelníky na kolesách áut.

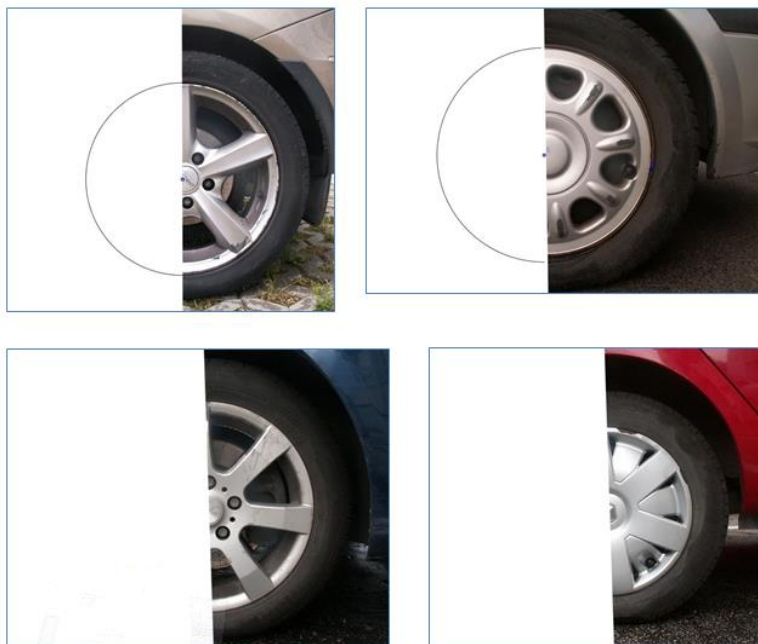
2.2 Osi symetrie pravidelných mnohoúhelníkov

Pravidelné mnohoúhelníky majú niekoľko osí súmernosti, ktorých poloha závisí aj od počtu ich vrcholov. Ak je počet vrcholov pravidelného mnohoúhelníka nepárny, všetky osi súmernosti prechádzajú vrcholom a stredom protiľahlej strany. Ak je počet vrcholov párny, polovica všetkých osí súmernosti prechádza cez dva protiľahlé vrcholy a druhá polovica cez stredy navzájom protiľahlých strán mnohoúhelníka.

Úloha na osi súmernosti pravidelných mnohoúhelníkov na kolesách áut je navrhnutá tak, že podporuje postupné a podvedomé uvedomovanie si vyššie spomenutých tvrdení.

Úloha 4

Čo najpresnejšie dorysujte obrázky kolies áut. Zachovajte správnu vzdialenosť medzi lúčmi kolesa.



Obr.8 Pravidelné mnohoúhelníky s osami súmernosti.

Riešenie:

Aby vedeli žiaci úlohu čo najprecíznejšie a najpresnejšie dorysovať, musia si uvedomiť, že by mali pracovať s lúčmi na disku kolesa, ktoré sú na časti obrázka viditeľné ako s časťami osí súmernosti pravidelných mnohoúhelníkov. Obrázky v úlohe sú zvolené tak, aby mali žiaci dorysovať kolesá s párnym i nepárnym počtom lúčov. To pomôže žiakom rozlišovať medzi rozložením osí súmernosti pravidelných mnohoúhelníkov s párnym, resp. nepárnym počtom vrcholov.

3 Dotyčnice

Pri jazde dvoch áut za sebou sa niekedy stane, že od kolesa auta vpredu odletí malý kamienok a zasiahne čelné sklo, resp. prednú časť za ním idúceho auta a môže ho poškodiť.

Úloha 5

Na obrázku vidíte vozidlo a koleso pred ním idúceho vozidla. Dorysujte blatník ku kolesu auta tak, aby kamienky, ktoré odletia od zadných kolies, nezasiahli čelné sklo vozidla.



Obr.9 Pracovný list pre žiakov k úlohe 5.

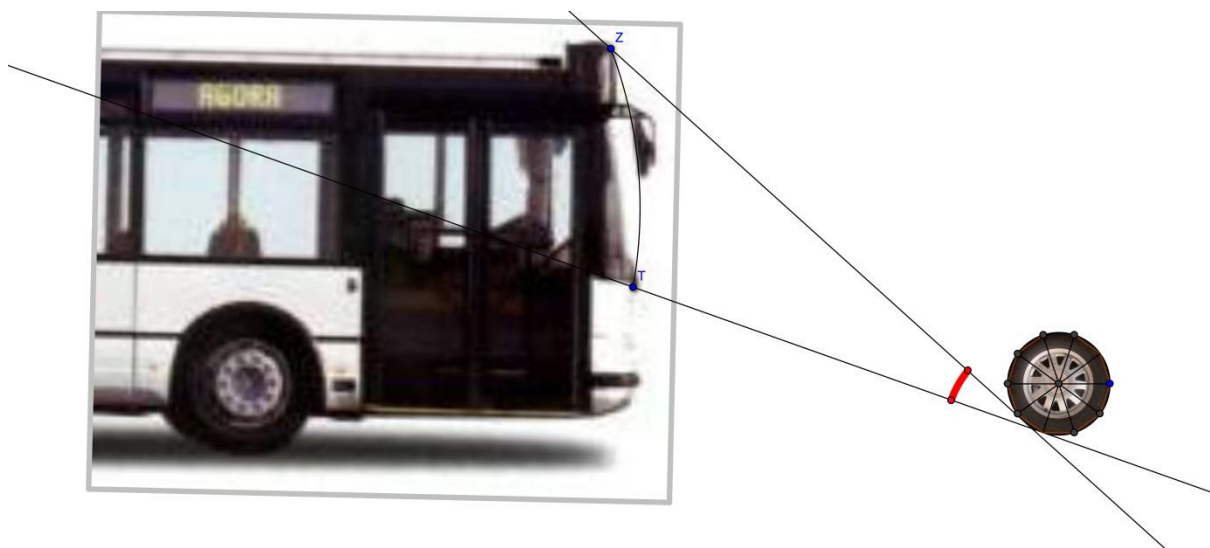
Riešenie:

Analytická situácia tejto úlohy je pre žiakov základných, resp. stredných škôl pomerne náročná. Tento problém sa však dá jednoducho riešiť grafickým spôsobom.

Z fyziky vieme, že počas pohybu po kružnici (aj po odstránení sily pôsobiacej na teleso) teleso pokračuje v pohybe po kružnici v smere dotyčnice. Počas pohybu vozidla vykonáva kamienok zachytený v dezéne pneumatiky kolesa rovnomerný pohyb po kružnici. V momente, keď kamienok odletí, letí od kolesa vozidla po dráhe v tvare paraboly, keďže je pod vplyvom gravitačného poľa Zeme. Aby sme úlohu zjednodušili, vplyv gravitačného poľa Zeme nebudeme brať do úvahy, to znamená, že kamienok odletí po priamke, ktorá bude vlastne dotyčnicou ku kolesu vozidla od ktorého kamienok odletel.

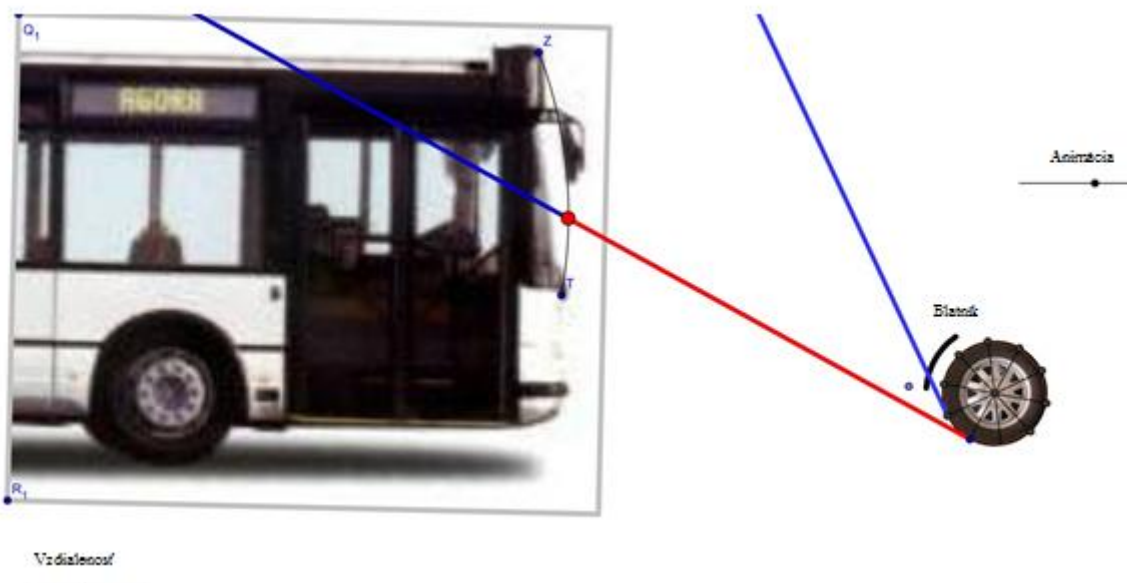
Úlohou žiakov je skonštruovať niekoľko dotyčnic ku kolesu vozidla, ktoré sa pohybuje pred vozidlom na obrázku. Takýmto spôsobom žiaci dokážu zistiť, ktoré kamienky by mohli trafiť čelné sklo vozidla.

Pre presné riešenie tejto úlohy je potrebné skonštruovať také dotyčnice ku kolesu vozidla, ktoré prechádzajú najspodnejším a najvrchnejším bodom čelného skla za ním idúceho vozidla. Všetky body medzi dvoma bodmi dotyku na kolese by mali byť zakryté blatníkom.



Obr.10 Presné riešenie úlohy.

K tejto úlohe sme v dynamickom geometrickom softvéri GeoGebra vytvorili aplet.



Obr.11 Aplet k úlohe 5.

4 Záver

Úlohy obsiahnuté v tomto článku sme vytvorili ako pomôcku a inšpiráciu pre učiteľov matematiky. Obrázky kolies áut môžu využiť učitelia základných i stredných škôl vo vyučovaní rôznych tém z geometrie, ako napríklad konštrukcia rovnostranných trojuholníkov, vlastnosti pravidelných mnohoúhelníkov, Euklidovské konštrukcie pravidelných mnohoúhelníkov, osi súmernosti a dotyčnice. Úlohy môžu byť použité tiež na metodologických seminároch pre budúcich učiteľov matematiky ako príklad vytvárania vlastných inovatívnych a netradičných úloh pre žiakov. Možným rozšírením by mohlo byť použitie kolies áut pri konštrukcii pravidelných hviezdicových mnohoúhelníkov, ako napríklad pentagramu a hexagramu.

Literatúra

- [1] Burjan, V., Hrdina, L., Maxian, M. *Prehľad matematiky pre žiakov stredných škôl*, Exam, Bratislava, 2002, ISBN 80-968298-7-4
- [2] Čermák, P., Červinková, P. *Zmaturuj z matematiky*, Didaktis, Bratislava, 2004, ISBN 80-89160-01-8
- [3] Kuzma, J., Reiterová, M. *Matematika základnej školy v kocke: Príprava na prijímacie skúšky na stredné školy*, Príroda, Bratislava, 2011, ISBN 978-80-07-01899-0
- [4] http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/2stzs/iscsed2/vzdelavacie_oblasti/matematik_a_iscsed2.pdf (11.júl 2011)
- [5] http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_i_sced3a.pdf (11.júl 2011)