

## Appendix II

### La storia di un progetto ... ... o come GeoGebra può aiutare in una situazione difficile

Yanitsa Pehova

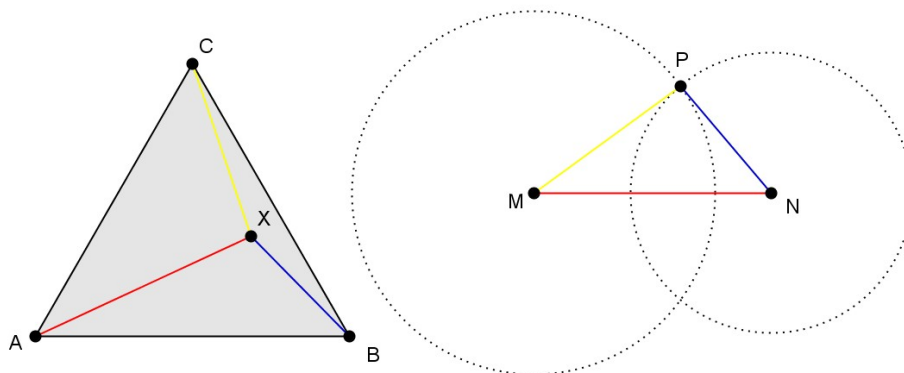
*Baba Tonka High School of Mathematics, Rousse, Bulgaria*

Tutti coloro che hanno partecipato a un progetto di matematica (a prescindere se fosse nel ruolo di un insegnante o nel ruolo di uno studente), sa che un buon progetto coinvolge sia l'intuizione e l'immaginazione. Anche la conoscenza non è quello essenziale per cominciare, fintanto che uno è disposto ad imparare e crescere - questo modo la conoscenza può essere acquisita nel processo di lavoro sul progetto.

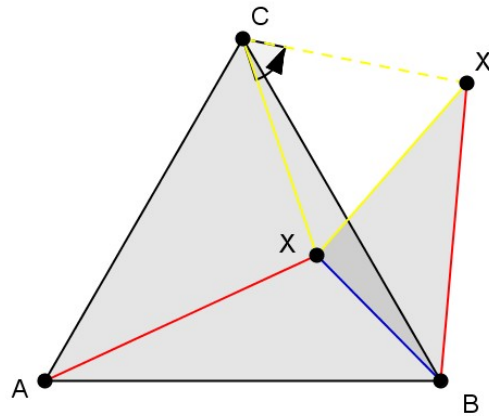
Ma allo stesso modo un artista ha bisogno di pennelli, vernici, e una tela per creare un dipinto, un progetto ha bisogno di un ambiente adeguato ad emergere.

Il mio nome è Yanitsa, e invece di un pennello, ho usato GeoGebra [1] a "dipingere" il mio progetto.

Lo scorso anno scolastico ho presentato il mio "Pompeïu del Triangolo" progetto in inverno e le conferenze di primavera del Liceo Istituto di Matematica e Informatica (HSSI) [2]. Poiché non vi era la letteratura sorprendentemente poco in materia, una parte significativa del mio progetto è costituito interamente da mia ricerca. La costruzione principale geometrica ho lavorato è costituita da un triangolo equilatero  $ABC$  e un punto  $X$  nel suo piano. Secondo il teorema Pompeïu [3], le distanze  $XA$ ,  $XB$  e  $XC$  dal punto ai vertici del triangolo forma i lati di un (eventualmente degenerare) triangolo, cioè, essi soddisfano il ineguaglianza noto triangolo. Questo triangolo è noto come il triangolo Pompeïu. Molto tempo dopo ho saputo di questo teorema, ho cercato di costruire triangolo Pompeïu in vari modi, con diverse posizioni del punto, in modo da ottenere piena comprensione dell'essenza del teorema. Naturalmente, è venuto fuori ci sono due modi per questa costruzione geometrica - uno uno "ovvio", e un "delicato". Utilizzando l'approccio ovvio, si prende semplicemente le distanze dal punto  $X$  ai vertici del triangolo e costruisce un triangolo nuovo dato tre lati. Questo è ciò che la costruzione si presenta come



Utilizzando l'approccio "delicato", anche se, si costruisce triangolo Pompeiu come parte della configurazione iniziale del triangolo ABC e il punto X, piuttosto che separatamente, sul lato, come abbiamo fatto sopra:

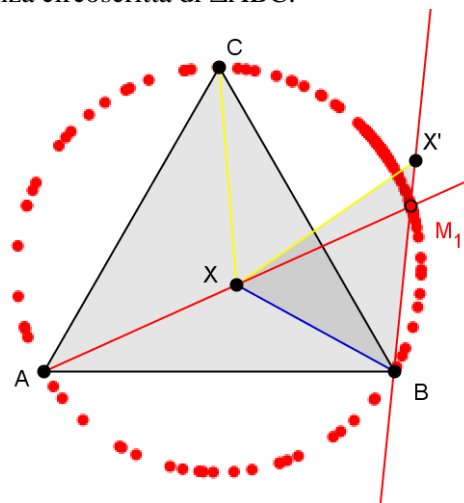


Il punto X' è l'immagine del punto X in rotazione di circa  $60^\circ$  uno dei vertici del  $\Delta ABC$ , ed i lati del  $\Delta BXX'$  hanno lunghezza pari alla lunghezza di AX, BX e CX.

Anche se questa costruzione geometrica contiene solo due elementi nuovi, ho potuto facilmente costruire su di esso nella ricerca di immobili precedentemente sconosciuti. Quello che ho aggiunto si trattasse di alcuni punti di intersezione, dopo il quale diversi triangoli, poi un altro triangolo ... Ho chiamato questa sequenza di misure che la "Proposition e i tre corollari". La formulazione delle congetture, che in seguito divennero teoremi, è stato interamente dovuto a GeoGebra

**Congettura 1**

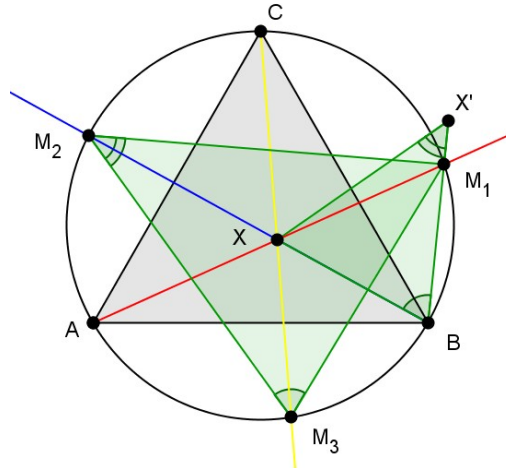
Sia  $\Delta BXX'$  il triangolo di Pompeiu per  $\Delta ABC$  e il punto X. Quindi, il punto di intersezione del asse AX e la retta BX si trova sulla circonferenza circoscritta di  $\Delta ABC$ .



Potrei facilmente verificare questo, una volta ho lasciato GeoGebra a tracciare  $M_1$  il punto di intersezione. Così, la circonferenza circoscritta della  $\Delta ABC$  è formata.

**Congettura 2**

Se in modo simile aggiungiamo I punti d'intersezione,  $M_2$  and  $M_3$ , degli assi  $BX$  e  $CX$  con la circonferenza del  $\triangle ABC$ , allora  $\triangle M_1M_2M_3$  e' simile al triangolo di Pompeiù.

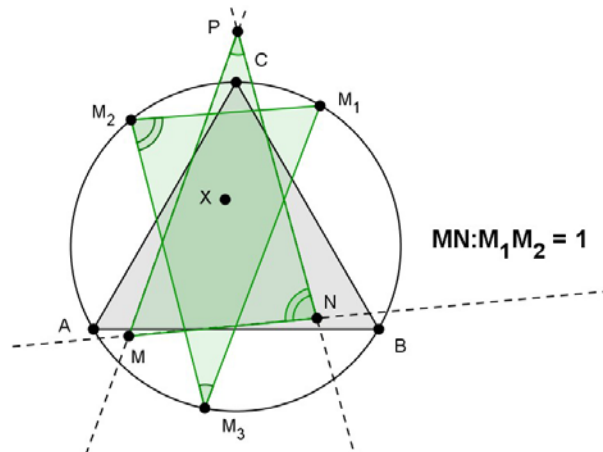


(Il triangolo  $\triangle M_1M_2M_3$  costruito in questo modo viene chiamato un triangolo circlecevan.)

Per verificare la similarita' dei  $\triangle ABC$  e  $\triangle M_1M_2M_3$ , e' sufficiente a vedere che due angoli di  $\triangle M_1M_2M_3$  sono uguali a due angoli del triangolo di Pompeiù. Con questo, il lavoro di GeoGebra è fatto, dal momento che per la prova non si può fare affidamento su qualsiasi software

**Congettura 3**

Le line di Simpson lines dei punti  $M_1$ ,  $M_2$ , e  $M_3$  costituiscono triangolo identico al triangolo circlecevan che e' simile al triangolo di Pompeiù.



Al fine di verificare questa congettura, ho costruito le tre linee Simpson e considerato il triangolo formato da loro.

Per verificare se questo triangolo è congruente al triangolo circlecevan, avevo bisogno di fare in modo che i lati corrispondenti hanno lunghezze uguali. Si tratta di buoni risultati, giusto? Rapporto di 1:1. Il quadro cambiato, tuttavia, dopo l'aumento della precisione in virgola mobile. Questo è infatti ciò che si nascondeva dietro questo "1":

Senza il disegno dinamico che ho creato per questa ipotesi, avrei perso giorni lottando per dimostrare che queste due triangoli sono congruenti ... quando in realtà sono "quasi congruenti". Il rapporto tra le loro lunghezze dei lati corrispondenti varia tra 1,00003 e 1,15, che sarebbe stato impossibile dire se avessi disegnato a mano.

Dopo ho capito l'errore nella mia congettura, l'ho corretto, sostituendo "congruente" con "simili". Questa volta tutto risolto. Inoltre, la prova si è rivelata molto bella!

Ricerca matematica non è facile. A volte certi "sottile" proprietà rimangono nascosti in uno schizzo a mano. Oppure, viceversa, alcuni abbastanza "ovvio" fatti si rivelano non essere vero. Non importa quanto talento è una persona, il computer può sempre essere d'aiuto. Che si tratti di GeoGebra, SketchPad, GEONEXT o un software simile, nel nostro mondo che cambia rapidamente computerizzato, sarebbe un peccato non approfittare delle opportunità che ci può offrire. Come ho detto all'inizio, ogni buon progetto coinvolge sia l'intuizione matematica e immaginazione. Bene, ora posso aggiungere a questo "un minimo di competenze informatiche".

## Reference

[1] *GeoGebra* <http://www.geogebra.org/cms/>

[2] *High School Institute of Mathematics and Informatics* <http://www.math.bas.bg/hssi/>

[3] Pompeiu's Theorem <http://mathworld.wolfram.com/PompeiusTheorem.html>