

## Simulering af stokastiske fænomener med Excel

John Andersen, Læreruddannelsen i Aarhus, VIA

Det kan være en ret krævende læreproces at udvikle fornemmelse for mange begreber fra sandsynlighedsregningen og statistikken - under et betegnet stokastikken.

I dette afsnit vil jeg vise hvorledes det ved hjælp af regneark er muligt at simulere en række situationer og derved få erfaringer der kan hjælpe til med at forbedre forståelsen.

### Møntkast

Det er nok et af de oftest udførte stokastiske eksperimenter i verden, skønt folk normalt ikke tænker på det som et eksperiment. Kun matematikere ser sådan på det. Chancen for plat eller krone ansættes af de fleste uden problemer til "fifty-fifty". Men hvad betyder det egentlig, når vi siger at sandsynligheden for at slå krone er 50% eller 0,5? Betyder det at man får en krone og en plat, hver gang man kaster to mønter (eller den samme mønt to gange)? Ved at prøve efter kan du med det samme overbevise dig om, at det ikke kan være det der er betydningen. Nogle statistiske undersøgelser kan være med til at kaste lys over betydningen.

At kaste en mønt en masse gange og føre regnskab med udfaldene, kan i sig selv være meget informativt, og har du aldrig gjort det, skulle du unde dig selv at sætte den næste halve time af til et sådant eksperiment - og det bliver så nok både første og sidste gang i dit liv, at du gør det manuelt.

Her vil jeg vise hvordan man kan bruge Excel til at simulere møntkast.

I Excel 2010 er der en funktion, med navnet SLUMPMELLEM, der ved hjælp af en tilfældighedsgenerator kan simulere møntkast og mange andre stokastiske fænomener. Hvad der ligger bag tilfældighedsgeneratoren er et programmeringsteknisk spørgsmål, som vi ikke på dette sted skal rode os ind i - blot konstatere at computeren kan producere tilfældige tal og at der er folk der har styr på den slags ansat til at sørge for at det virker når vi skal bruge det.

. Lad os se på hvad man kan lave med den funktion.

	A
1	=SLUMPMELLEM(0;1)
2	

**Fig. 1** Denne formel simulerer i celle A1 et møntkast idet krone f.eks. svarer til 1 og plat til 0.

Hvis man skriver SLUMPMELLEM(a;b) får man tilfældigt valgte heltal fra mængden  $\{a, a+1, \dots, b-1, b\}$ . Så når der står SLUMPMELLEM(0;1) får man et tilfældigt af tallene 0 eller 1 hver gang regnearket genberegnes hvilket bl.a. sker hver gang du trykker på funktionstasten F9.

	A	B
1	0	
2		

	A	B
1	1	
2		

**Fig. 2** To tryk på F9 resulterede i disse to resultater.

Hvis du ønsker at simulere 100 kast med en mønt (eller et kast med 100 mønter) kan det gøres væsentligt lettere med computeren end i den fysiske verden:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
2	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
3	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
4	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
5	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
6	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1
7	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1
8	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
9	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
10	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0

Fig. 3 100 kast med vores 0/1-mønt.

Man skal heldigvis kun skrive formelen SLUMPMELLEM(0;1) en gang. Derefter kan den kopieres til de andre celler og det hele er sådan indrettet at dem mange SLUMPMELLEM-er fungerer uafhængigt af hinanden - selv om de ser ens ud på overfladen. Derfor svarer det nedenstående til 100 af hinanden uafhængige møntkast.

	A	B	C	D	E
1	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
2	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
3	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
4	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
5	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
6	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
7	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
8	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)
9	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)	=SLUMPMELLEM(0;1)

Fig. 4 Indbyrdes uafhængige kopier af SLUMPMELLEM

Det næste der skal ske er at vi skal have optalt antallet af 0-er henholdsvis 1-ere. Det kan gøres ved hjælp af en anden funktion: TÆL.HVIS hedder den.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1		Antal "krone" (1)	Antal "plad" (0)
2	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1		53	47
3	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0			
4	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1			
5	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0			
6	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1			
7	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1			
8	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1			
9	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1			
10	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0			

Fig. 5 Antal krone og plad optalt med TÆL.HVIS og resultater i cellerne L2 og M2.

L	M
Antal "krone" (1)	Antal "plad" (0)
=TÆL.HVIS(\$A\$1:\$J\$10;1)	=TÆL.HVIS(\$A\$1:\$J\$10;0)

Fig. 6 Formlerne fra Fig. 5

L	M	L	M
Antal "krone" (1)	Antal "plad" (0)	Antal "krone" (1)	Antal "plad" (0)
60	40	50	50

Fig. 7 Når man trykker på F9 får man en ny simulering af de 100 kast. Her er to eksempler. Jeg måtte prøve nogle gange før jeg fik 50-50 i kassen.

Prøv selv en masse gange og undersøg f.eks. hvor svært det er at få fordelingen 50-50.

Måske vil du gerne prøve at foretage en lang serie af kast med en mønt og undervejs holde øje med andelen af krone efterhånden som antallet af kast skrider frem.

	A	B	C	D
	Kast nr. n	Resultat	Antal krone op til kast nr. n	Brøkdelen af krone op til kast nr. n
1				
2	1	1	1	1,000000
3	2	0	1	0,500000
4	3	1	2	0,666667
5	4	1	3	0,750000
6	5	1	4	0,800000
7	6	1	5	0,833333
8	7	1	6	0,857143
9	8	0	6	0,750000
10	9	1	7	0,777778
11	10	1	8	0,800000
12	11	0	8	0,727273
13	12	1	9	0,750000

Fig. 8 Ved at kopiere formler nedad kan du lave en lang serie møntkast. Se formlerne på Fig. 9

	A	B	C	D
	Kast nr. n	Resultat	Antal krone op til kast nr. n	Brøkdelen af krone op til kast nr. n
1				
2	1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B2;1)	=C2/A2
3	=A2+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B3;1)	=C3/A3
4	=A3+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B4;1)	=C4/A4
5	=A4+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B5;1)	=C5/A5
6	=A5+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B6;1)	=C6/A6
7	=A6+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B7;1)	=C7/A7
8	=A7+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B8;1)	=C8/A8
9	=A8+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B9;1)	=C9/A9
10	=A9+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B10;1)	=C10/A10
11	=A10+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B11;1)	=C11/A11
12	=A11+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B12;1)	=C12/A12
13	=A12+1	=SLUMPMELEEM(0;1)	=TÆL.HVIS(\$B\$2:B13;1)	=C13/A13

Fig. 9 Formlerne til Fig. 8

En hensigtsmæssig måde at repræsentere regnskabet på grafisk er at bruge et xy-punkt diagram, hvor brøkdelen af kroner vises som funktion af antallet af kast.

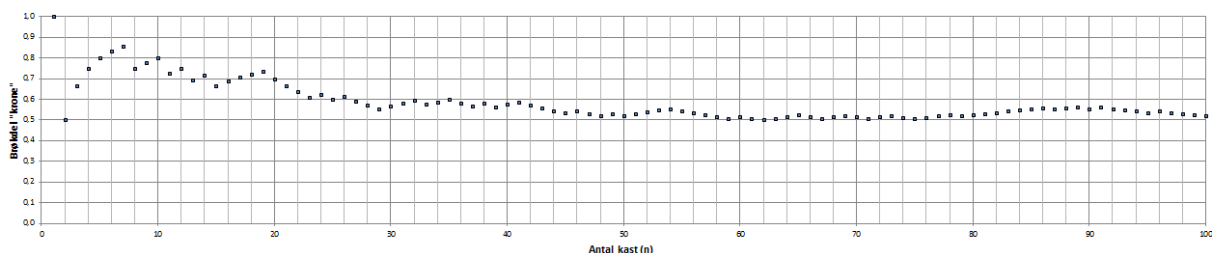
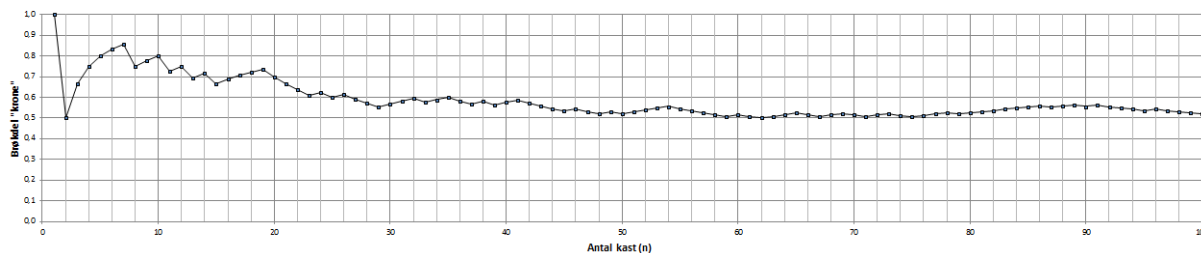
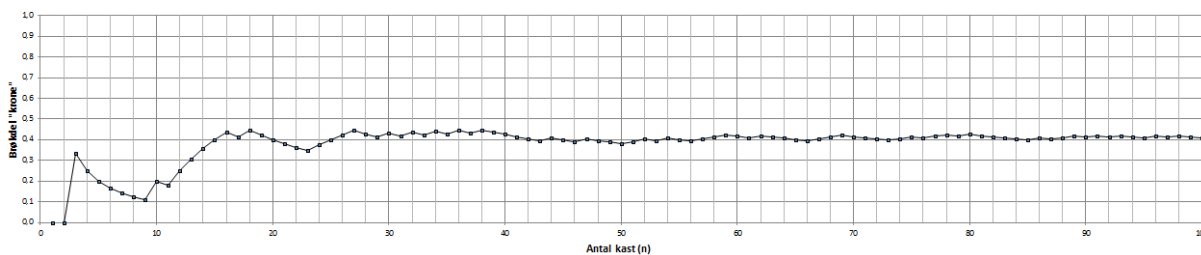


Fig. 10 Brøkdelen af krone i n kast som funktion af n

Skønt grafen i princippet kun skal have punkter ved heltallige værdier af  $n$  kan det være en hjælp for øjet at forbinde punkterne med rette linjer.

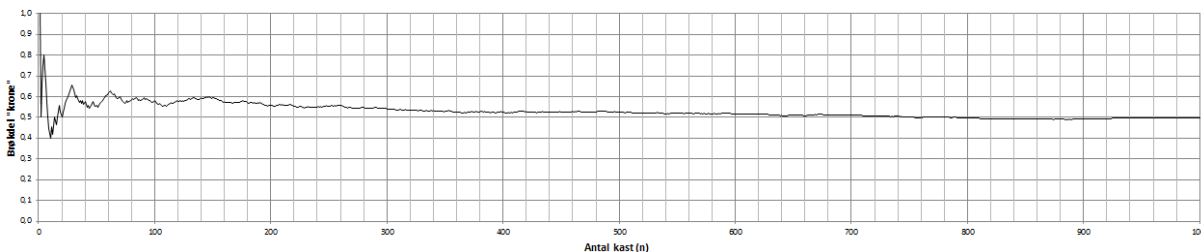


**Fig. 11** Her er brugt en stykkevis lineær graf for at fremhæve tendensen.



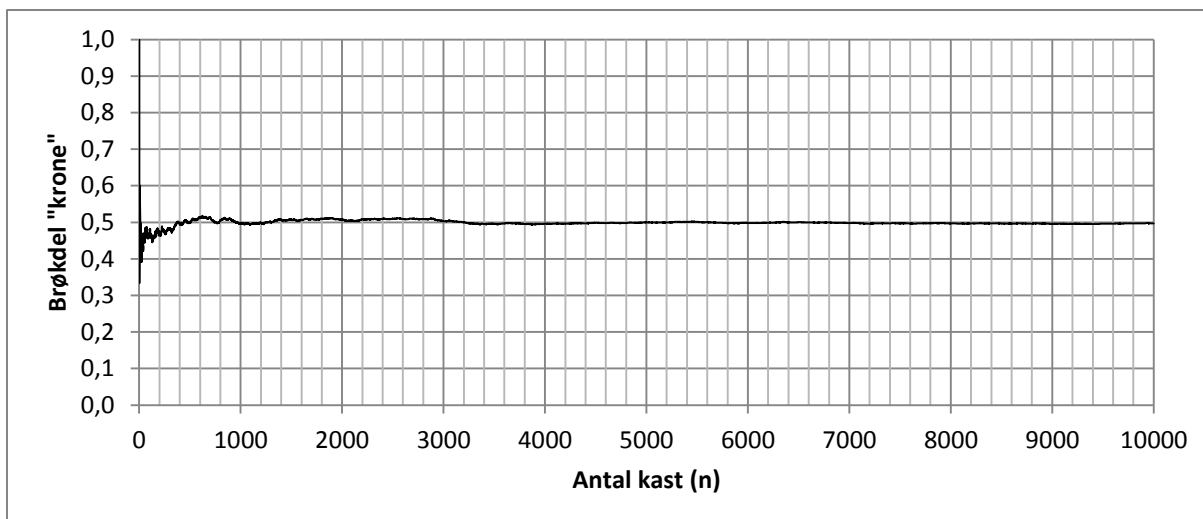
**Fig. 12** Her er en ny serie af kast fremkommet ved et tryk på F9

Det er muligt at lave meget længere serier ved at kopiere formlerne længere ned i regnearket. Du kan jo prøve at se hvor meget regnearket/computeren kan klare før beregningerne begynder at tage mærkbar tid - eller computeren melder pas. Nedenfor på Fig. 13 ser du en serie på 1000 kast. Bemærk at jeg her har valgt diagramtype uden støttepunkterne men kun med linjestykkerne. Ellers bliver grafen alt for ulden og fed.



**Fig. 13** Frekvens af krone som funktion af  $n$  i en simulering af 1000 møntkast

Prøv selv at lave en serie på 10000 kast og se hvad der sker.



**Fig. 14** OK - jeg kunne ikke dy mig for lige at prøve selv med 10000 kast ☺

Konklusionen fra simuleringerne ovenfor er bl.a. at det ser ud som om frekvenserne stabiliserer sig omkring sandsynligheden når der foretages flere og flere kast. Dette resultat kaldes de store tals lov - man kan mere præcist sige at eksemplerne er konkretiseringer af noget, der kan udledes af de store tals lov.

Det lægger op til en fortolkning af sandsynlighed som den frekvens vi forventer efter at have gennemført rigtig mange kast. I næste kapitel ser vi på et lidt mere kompliceret eksempel der dog munder ud i en lignende konklusion.

## Kast med fem terninger



**Fig. 15** Fem almindelige terninger

Du kaster fem terninger og fører regnskab med antallet af seksere i hvert kast. Det må hver gang være et af tallene 0, 1, 2, 3, 4 eller 5. Hvis du f.eks. kaster 50 gange med de fem terninger kan det resultere i et regnskab som på Fig. 16.

k	Antal kast hvor k terninger viser "6"	Frekvenser	Binomialfordeling
0	28	0,5600	0,4019
1	17	0,3400	0,4019
2	2	0,0400	0,1608
3	3	0,0600	0,0322
4	0	0,0000	0,0032
5	0	0,0000	0,0001

**Fig. 16** Sekserstatistik over 50 kast med fem terninger.

Tabellen i Fig. 16 viser at ud af 50 kast med de fem terninger var der 28 gange, hvor der ingen seksere var. Ved at dividere 28 med 50 får man frekvensen, altså den brøkdelt af kastene som ingen seksere gav.

Tabellen er del af et regneark indrettet således at man dynamisk kan følge processen efterhånden som man går frem kast for kast.

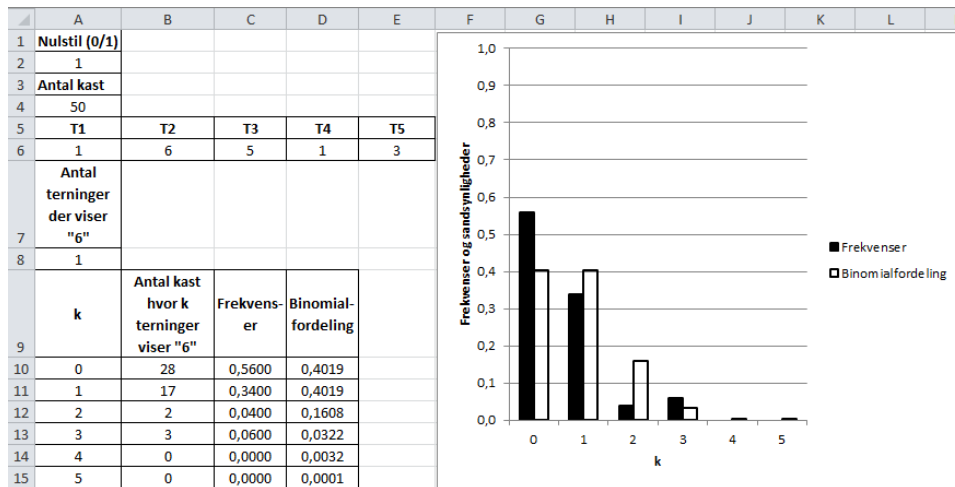


Fig. 17 Dynamisk simulering af kast med fem terninger. Hver gang man trykker på F9-tasten får man en nyt kast og data opsamles efterhånden som processen skrider frem.

k	Antal kast hvor k terninger viser "6"	Frekvenser	Binomialfordeling
0	=HVIS(\$A\$2=1;HVIS(\$A\$8=A10;B10+1;B10);0)	=HVIS(\$A\$4>0;B10/\$A\$4;0)	=BINOMIALFORDELING(A10;5;1/6;0)
1	=HVIS(\$A\$2=1;HVIS(\$A\$8=A11;B11+1;B11);0)	=HVIS(\$A\$4>0;B11/\$A\$4;0)	=BINOMIALFORDELING(A11;5;1/6;0)
2	=HVIS(\$A\$2=1;HVIS(\$A\$8=A12;B12+1;B12);0)	=HVIS(\$A\$4>0;B12/\$A\$4;0)	=BINOMIALFORDELING(A12;5;1/6;0)
3	=HVIS(\$A\$2=1;HVIS(\$A\$8=A13;B13+1;B13);0)	=HVIS(\$A\$4>0;B13/\$A\$4;0)	=BINOMIALFORDELING(A13;5;1/6;0)
4	=HVIS(\$A\$2=1;HVIS(\$A\$8=A14;B14+1;B14);0)	=HVIS(\$A\$4>0;B14/\$A\$4;0)	=BINOMIALFORDELING(A14;5;1/6;0)
5	=HVIS(\$A\$2=1;HVIS(\$A\$8=A15;B15+1;B15);0)	=HVIS(\$A\$4>0;B15/\$A\$4;0)	=BINOMIALFORDELING(A15;5;1/6;0)

Fig. 18 Her er formlerne der svarer til Fig. 17. Forstør billedet hvis du har svært ved at læse formlerne.

Regnearket gør i celle A4 brug af en såkaldt cirkulær reference. For at det ikke skal resultere i en fejlmeddelelse skal beregningsindstillingerne sættes som vist i Fig. 19.



Fig. 19 Beregningsindstillinger til regnearket i Fig. 17 og 18..

## Vejledning til regnearket fra Fig. 17 og 18

Man nulstiller statistikken ved at indtaste 0 i celle A2 og trykke på F9. Du kan få detaljerne om dette trick uddybet i afsnit 4.3.2 i [1].

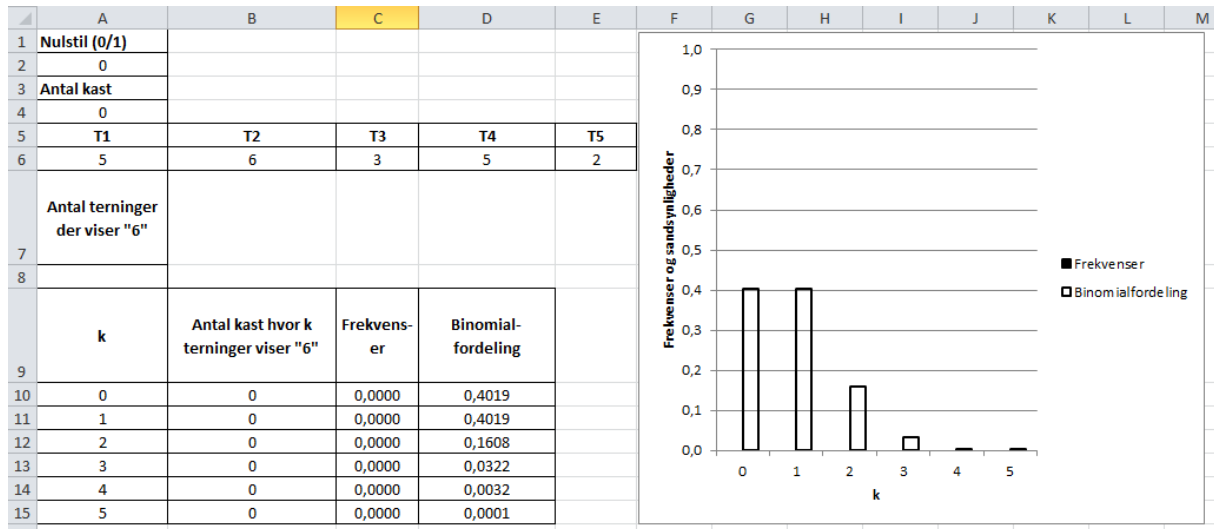


Fig. 20 Regnearket efter nulstilling.

Derpå indtastes 1 i A2 og der trykkes igen på F9. Nu er vi i gang og har foretaget første kast.

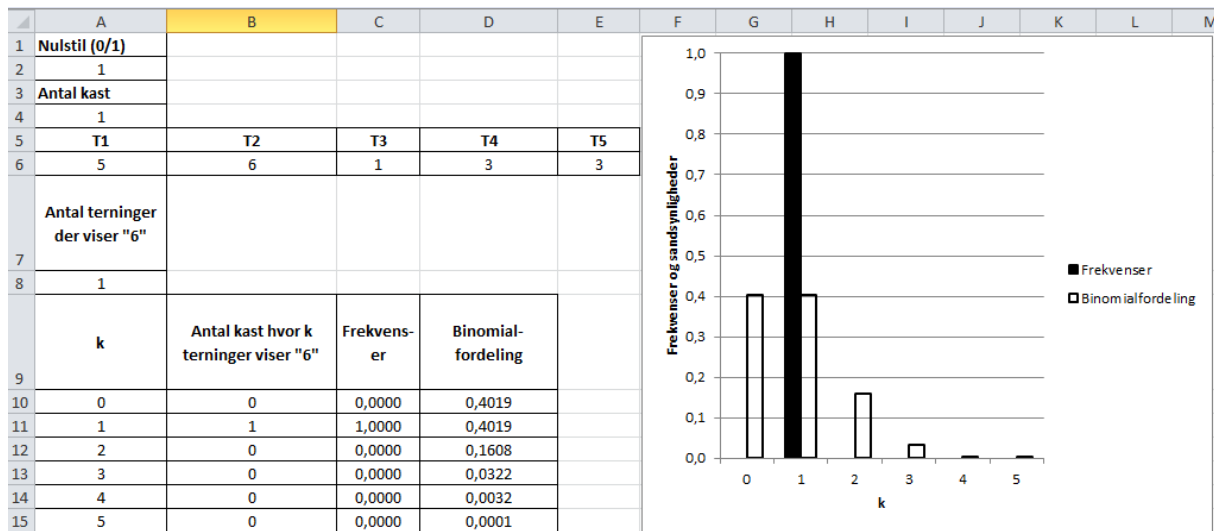


Fig. 21 Resultatet efter første kast.

Gentagne tryk på F9 giver flere og flere kast. Tabellen og grafikken opdateres løbende for hvert kast så man har mulighed for at følge tendensen. F.eks. efter 25 kast ser det ud som på Fig. 22.

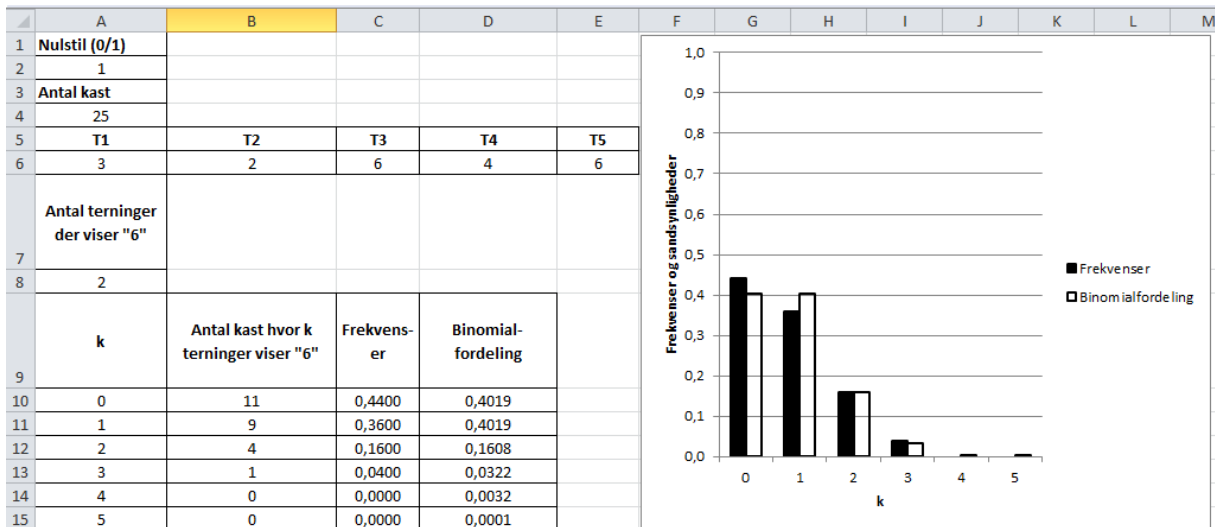


Fig. 22 Efter 25 kast.

En af hovedpointen er at frekvenserne stabiliserer sig mere og mere desto flere kast man foretager. Efter 1421 kast ser situationen ud som på Fig. 23.

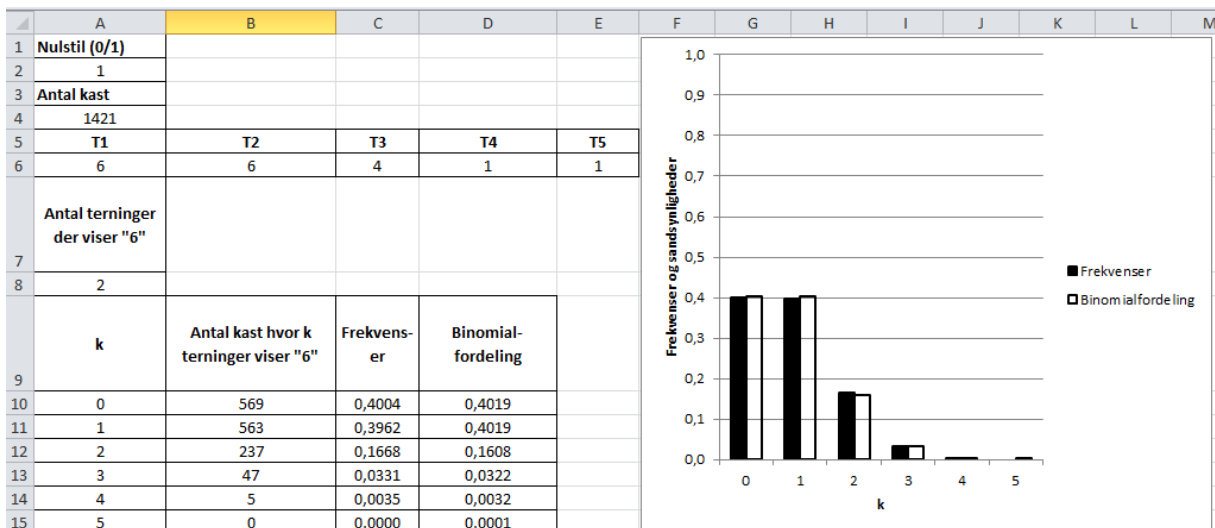


Fig. 23 Status efter 1421 kast

De sorte søjler viser frekvenserne medens de hvide viser de tilsvarende sandsynligheder beregnet ved hjælp af en binomialfordeling der er den teoretiske model for den situation vi undersøger.

Som i møntkasteksemplet ser man at sandsynlighederne fungerer som grænseværdier for frekvenserne efterhånden som antallet af kast vokser ud over alle grænser (eller i hvert fald længere end vi orker blive ved.)



## En statistisk, grafisk præsentation af en lang serie terningkast

I dette afsnit fremstilles grafer svarende til Figurerne 11-14 fra møntkastafsnittet. I forhold til eksemplet ovenfor med løbende dataopsamling er vi nødt til at lave et meget større regneark fordi vi må gemme resultaterne af alle kast for at fremstille graferne. Men det kan heldigvis gøres ved kopiering så snart man har fundet ud af hvordan første kast skal se ud. Se Fig. 24 & 25.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Roll no.	Dices					Number of 6	(Number of X = k up to n)/n, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5					
2	n	D1	D2	D3	D4	D5	X	0,0000	1,0000	2,0000	3,0000	4,0000	5,0000
3	1	4	2	3	1	4	0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	2	4	1	1	5	1	0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	3	6	6	3	6	2	3	0,6667	0,0000	0,0000	0,3333	0,0000	0,0000
6	4	6	2	2	5	2	1	0,5000	0,2500	0,0000	0,2500	0,0000	0,0000
7	5	5	6	1	4	6	2	0,4000	0,2000	0,2000	0,2000	0,0000	0,0000
8	6	5	2	6	6	6	3	0,3333	0,1667	0,1667	0,3333	0,0000	0,0000
9	7	5	5	6	2	5	1	0,2857	0,2857	0,1429	0,2857	0,0000	0,0000
10	8	4	3	5	2	6	1	0,2500	0,3750	0,1250	0,2500	0,0000	0,0000
11	9	6	6	1	6	4	3	0,2222	0,3333	0,1111	0,3333	0,0000	0,0000
12	10	5	5	3	5	6	1	0,2000	0,4000	0,1000	0,3000	0,0000	0,0000
13	11	1	3	3	2	5	0	0,2727	0,3636	0,0909	0,2727	0,0000	0,0000
14	12	1	3	1	1	3	0	0,3333	0,3333	0,0833	0,2500	0,0000	0,0000
15	13	5	2	4	4	6	1	0,3077	0,3846	0,0769	0,2308	0,0000	0,0000
16	14	2	6	3	1	2	1	0,2857	0,4286	0,0714	0,2143	0,0000	0,0000

Fig. 24 De første 16 rækker i regnearket der simulerer mange kast med 5 terninger

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Roll no.	Dices					Number of 6	(Number of X = k up to n)/n, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5				
2	n	D1	D2	D3	D4	D5	X	0	1	2	3	
3	1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B3:F3;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G3;H\$2)/\$A3	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G3;I\$2)/\$A3	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G3;J\$2)/\$A3	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G3;K\$2)/\$A3	
4	=A3+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B4:F4;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G4;H\$2)/\$A4	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G4;I\$2)/\$A4	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G4;J\$2)/\$A4	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G4;K\$2)/\$A4	
5	=A4+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B5:F5;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G5;H\$2)/\$A5	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G5;I\$2)/\$A5	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G5;J\$2)/\$A5	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G5;K\$2)/\$A5	
6	=A5+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B6:F6;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G6;H\$2)/\$A6	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G6;I\$2)/\$A6	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G6;J\$2)/\$A6	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G6;K\$2)/\$A6	
7	=A6+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B7:F7;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G7;H\$2)/\$A7	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G7;I\$2)/\$A7	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G7;J\$2)/\$A7	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G7;K\$2)/\$A7	
8	=A7+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B8:F8;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G8;H\$2)/\$A8	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G8;I\$2)/\$A8	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G8;J\$2)/\$A8	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G8;K\$2)/\$A8	
9	=A8+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B9:F9;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G9;H\$2)/\$A9	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G9;I\$2)/\$A9	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G9;J\$2)/\$A9	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G9;K\$2)/\$A9	
10	=A9+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B10:F10;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G10;H\$2)/\$A10	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G10;I\$2)/\$A10	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G10;J\$2)/\$A10	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G10;K\$2)/\$A10	
11	=A10+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B11:F11;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G11;H\$2)/\$A11	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G11;I\$2)/\$A11	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G11;J\$2)/\$A11	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G11;K\$2)/\$A11	
12	=A11+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B12:F12;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G12;H\$2)/\$A12	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G12;I\$2)/\$A12	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G12;J\$2)/\$A12	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G12;K\$2)/\$A12	
13	=A12+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B13:F13;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G13;H\$2)/\$A13	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G13;I\$2)/\$A13	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G13;J\$2)/\$A13	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G13;K\$2)/\$A13	
14	=A13+1	=SLUMPMELEMM(1;6)	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=SLUM	=TÆL.HVIS(B14:F14;6)	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G14;H\$2)/\$A14	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G14;I\$2)/\$A14	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G14;J\$2)/\$A14	=TÆL.HVIS(\$G\$3:\$G14;K\$2)/\$A14	

Fig. 25 Formlerne til Fig 24. Forstør hvis der er detaljer du ikke kan se.

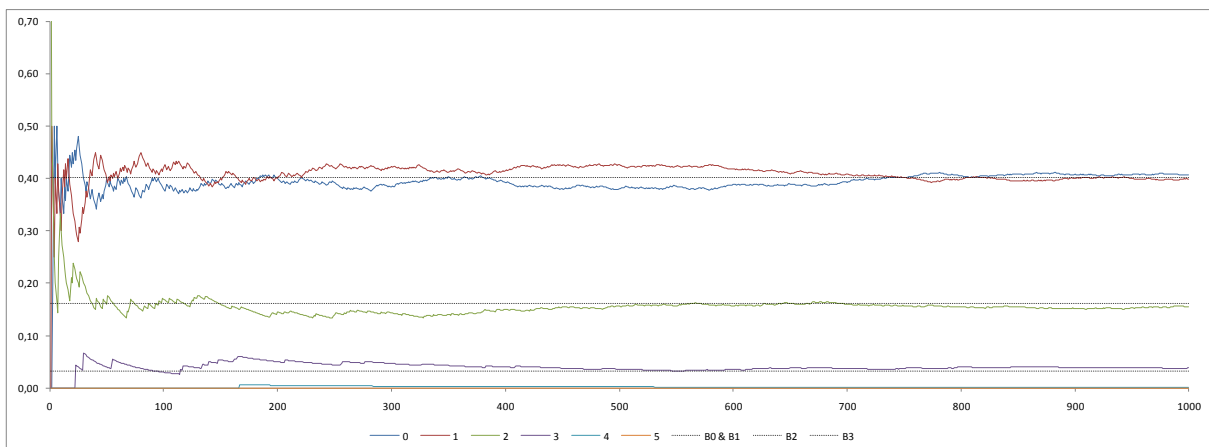


Fig. 26 xy-plot af frekvenserne for antallene af seksere ved kast med fem terninger som funktion af antallet af kast. Der køres her op til 1000 kast..

Graferne på Fig. 26 peger igen mod de store tals lov: Frekvenserne stabiliserer sig ved sandsynlighederne.

## Reference

[1] [http://www.math2earth.oriw.eu/publications/13\\_Animation.pdf](http://www.math2earth.oriw.eu/publications/13_Animation.pdf) (November, 2011)