Stærðfræðiverkefni frá Samurai tímabilinu

Vladimir Georgiev, Yuki Kurokawa
Íslensk þýðing, Ragnar Stefánsson

1 Stuttur inngangur

Saga stærðfræðinnar, sem rannsóknarefni, snýst fyrst og fremst um rannsóknir á uppruna uppgötvana í stærðfræði og, í minna mæli, um rannsóknir á stærðfræðilegum aðferðum og táknmáli fortíðarinnar.

Ein möguleg leið til þess að setja fram stærðfræði í kennslustofu er að flétta saman sögu stærðfræðinnar og klassískar stærðfræðiröksemdafærslur meðan á kennslunni stendur. Áður en þetta er gert þarf að velta fyrir sér eftirfarandi atriðum:

- Hvaða dæmi skal velja fyrir hvaða viðfangsefni?
- Hvers konar verkefni úr stærðfræðisögunni er hægt að fella inn í venjulega stærðfræðinámsskrá?
- Hvernig finnur maður tíma fyrir slík verkefni?
- Hvernig finnur maður pláss fyrir sögu stærðfræðinnar í kennaranámi?

Þar sem markmið okkar í þessum kafla er að gefa nokkur dæmi og reyna svo að nota þau í raunverulegum námskeiðum fyrir verðandi stærðfræðikennara munum við ekki einbeita okkur að svörum við þessum spurningum en reynum að hafa þær í huga við skipulag námskeiðs fyrir verðandi kennara.

Það er vel þekkt að endurreisnarstefnan í stærðfræði blómstraði fyrst, eins og við er að búast, á Ítalíu og síðan í Hollandi, Englandi og öðrum löndum Evrópu, þar sem verslun dafnaði og nýjar borgir uxu hratt, þar sem háskólar kepptu hver við annan og hvatt var til samkeppni með tilkomumiklum áskorunum frá sumum stærðfræðinganna til keppinauta sinna.

Reynsla úr stærðfræðikeppnum hópa sem lýst er í bókinni [1] sýnir að hægt er að gera stærðfræðiverkefni, sem liggja utan námskrár, mjög aðlaðandi og árangursrík með skírskotunum og upprifjun þekktra staðreynda frá endurreisnartímabilinu. Nánar tiltekið, hugmyndin um keppnir milli stærðfræðinga var ekki ný af nálinni í Ítalíu, nægir að nefna keppnirnar milli Tartaglia og Fior, eða þá milli Ferrari og Tartaglia í því að leysa algebrujöfnur. (Verkefnin voru borin fyrir lögbundið vitni (Notary), síðan voru þau prentuð og dreift um Ítalíu en þetta hvatti til stærðfræðirannsókna meðan endurreisnartímabilið stóð yfir.) Þannig kom til sögunnar keppnin Torneo Vinci sem hluti af „Ólofaða hetjan" í von um að hvetja fleira ungt fólk til þess að fara í stærðfræðinám. Frekari upplýsingar má finna í [1].

Við höldum þessari upplifun gangandi með því að breyta viðfangsefninu lítillega. Þessi möguleiki kom upp því prófessor Kurokawa var gestur stærðfræðideildarinnar í Pisa á timabilinu apríl - september 2011.

Við munum því skoða raunveruleg dæmi um það hvernig fella má sögu stærðfræðinnar í Japan inn í venjulega og „óvenjulega" kennslustund.

2 Stærðfræðiverkefni frá Edo tímabilinu í Japan

Æðri stærðfræði í Japan fyrir nútímavæðingu, einnig þekkt sem wasan, blómstraði á Edo tímabilinu frá fyrri hluta 17. aldar til seinni hluta 19. aldar. Rekja má uppruna þess til kínverskra stærðfræðitexta sem Japanir komu höndum sínum yfir er þeir réðust inn í Kóreu á seinni hluta 16. aldar. Án mikilla ytri áhrifa gerðu japönsku stærðfræðingarnir afburðasnjallar nýjar uppgötvanir á sviðum þar sem framfarir eru sjaldan tileinkaðar stærðfræðingum utan vesturlanda, og í sumum tilfellum voru þeir komnir mun lengra en sambærilegar starfsstéttir á vesturlöndum.

Alvöru þróun í japanskri stærðfræði hófst eftir innrásina í Kóreu árið 1592. Hermanni tókst að komast til baka í höfn Hakata með kínverska talnagrind, sem hafði verið til í Kína frá 12. öld, og sem varð þekkt sem Soroban á japönsku. Notkun þess varð útbreidd eftir að Mori Shigeyoshi gaf út byrjandatexta um talnagrindina árið 1622, þótt hún hafi ekki komið algjörlega í stað sangi (talnaprik) sem þægilegra var að nota við flóknari reikninga. Ítarlegri texti, sem auk þess var fyrsta heildstæða stærðfræðibókin í Japan, var gefin út með titlinum, Jinkoki, eða Stórar og litlar tölur, árið 1627 af Yoshida Mitsuyoshi. Hún var upphaflega byggð á kínverskum bókum og var notuð sem kennslubók í musteriskólum þess tíma. Hún innihélt ekki einungis einfaldan talnareikning heldur einnig gagnleg dæmi fyrir daglegt líf á Edo tímabilinu og einhverja stærðfræðileiki. Hægt er að skoða [6] fyrir frekari upplýsingar.

Í kjölfar þessa tók japönsk stærðfræði stöðugum framförum, sérstaklega á sviðum rúmfræði og talnafræði, innan kerfis með opinni vitsmunalegri umræðu sem var í upphafi aðallega stunduð af fólki úr samuraistéttinni. Í upphafi stunduðu samuraiar stærðfræði aðallega vegna hernaðargildis hennar í landmælingum, siglingum og við gerð almanaka. Er samuraiar hófu að vinna sem ríkisstarfsmenn með venjuleg laun, fóru þeir að auki að kenna lestur, skrift og talnareikning í litlum einkaskólum (að venju í hofum, sjá mynd 1) sem kölluðust juku, og voru stór hluti í Japan fyrir nútímavæðingu. Vegna lágra skólagjalda voru juku-skólarnir vel sóttir af fólki á öllum aldri og stéttum, og þar af leiðandi varð stærðfræðin afar aðgengileg innan japanska þjóðfélagsins. Fólk sem hafði ekki efni á því að gefa út sínar eigin bækur setti nýjar uppgötvanir sínar á viðarbænatöflur í hofum sem fórnargjafir til guðanna. Þessar töflur, sem urðu þekktar sem sangaku, gerðu japönsku stærðfræðingunm kleift að skiptast á hugmyndum og bera kennsl á ný vandamál. Þær umbreyttu þannig hofunum í vitsmunalegan umræðuvettvang sem greiddi veginn fyrir umræðu sem náði til allrar þjóðarinnar.

Mynd 1: Hof voru dæmigerðir staðir þar sem samuraistéttin sótti í nám

Flest verkefnin í Jinkoki snúast um útreikninga sem eru nothæfir í daglegu lífi og viðskiptum. Við byrjum með dæmigerða æfingu.

Dæmi 1. *(Talnareikningur þjófa) Nótt eina stela nokkrir þjófa stranga af vefnaðarvöru úr skúr.*

Þeir eru að skipta vefnaðarvörunni undir brú þegar vegfarandi heyrir samræður þeirra: Ef hver okkar fær 7 tan[1]*, þá eru 8 tan eftir, en ef hver okkar reynir að taka 8, þá vantar okkur 7 tan. Hve margir voru þjófarnir og hve löng var vefnaðarvaran?*

Ábending. Ef N er fjöldi þjófa og L er lengd klæðisins, þá segir fyrra skilyrðið okkur að $7N = L - 8$. Seinna skilyrðið segir að $L = 8N - 7$. Með því að leysa þessar tvær jöfnur saman fæst $N = 15$ og $L = 113$ tan. Dæmið um silkiþjófanna birtist í Jinkoki eftir Yoshida árið 1631.

Mikilvægt er að nefna að þetta er dæmi sem getur komið upp í raunveruleikanum. Lausnin er ekki erfið, en raunverulegu aðstæðurnar sem lýst er í dæminu gefa okkur fínt stærðfræðilíkan.

Ef við snúum okkur að nýju að dæmum í stærðfræðikennslu nú til dags getum við rifjað upp eitt ómissandi atriði. Stærðfræðinemendur nú til dags, þurfa að finna not fyrir tölur í heiminum sem þau lifa í, þó ekki nema til þess að svara þeirri þrálátu spurningu: Af hverju þarf ég að læra þetta? En það getur verið bæði erfitt og tímakrefjandi að finna dæmi fyrir viðeigandi skólastig sem sýna hvernig fólk notar stærðfræðilega hugsun við raunverulegar aðstæður.

Á Edo tímabilinu notaði fólk repjuolíu til að lýsa upp heimilin sín. Eftirfarandi þraut er dæmigert vandamál.

Dæmi 2. *(Olíudreifingardæmi) Götusali selur repjuolíu. Kvöld eitt þegar hann er á leiðinni heim biður viðskiptavinur hann um 5 sho.*[2] *En olíusölumaðurinn á bara 10 sho af olíu eftir í stóra kerinu sínu og hefur enga leið til þess mæla út olíuna fyrir utan tvær tómar ausur sem geta geymt 3 og 7 sho. Hvernig fer olíusölumaðurinn að því að mæla út 5 sho fyrir viðskiptavininn?*

Þar sem lausnin er svipuð fyrri lausninni er hún eftirlátin lesanda. Með eftirfarandi breytingu þarf hins vegar meira skapandi röksemdafærslu til að finna lausnina.

Dæmi 3. *(Olíudreifingardæmi breytt) Við erum með pott fullan af olíu. Potturinn getur geymt 10 sho. Hvernig er hægt að skipta olíunni til helminga með því að nota einungis pottinn, bolla sem tekur 3 sho og bolla sem tekur 7 sho?*

Ofangreint er ein leið til þess að reyna að færa sögu stærðfræðarinnar inn í kennsluna og um leið hafa skapandi innihald í verkefnum námskeiðsins.

Ef við skoðum nú Flash leik (sjá rit Georgievs og Kurokawa [2]) í tengslum við Díofantísku jöfnuna

$$Bx = A + Cy, \tag{1}$$

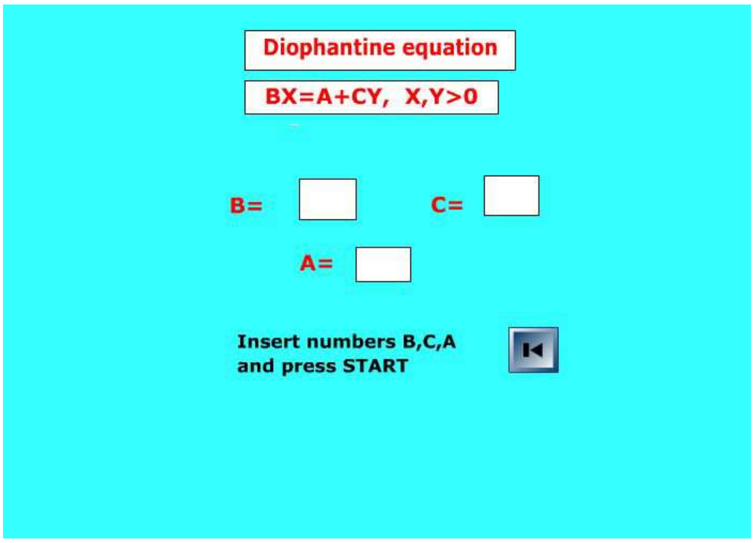
(sjá mynd 2) getum við alhæft olíudreifingardæmið og reynt við eftirfarandi verkefni:

- breyttu dæminu þannig að nota megi Flash leikinn til að finna lausn
- alhæfðu olíudreifingardæmið og finndu algrím fyrir lausnina sem leysa má óháð áþreifanlegu gögnunum
- breyttu Flash forritinu og lagaðu það að verkefninu hér á undan

Við ljúkum þessari stuttu göngu um sögu japanskrar stærðfræði með því að setja fram dæmi sem breyta mætti á ýmsa vegu og hagnýta.

[1]Tan er eining til þess að mæla stranga af efni sem er u.þ.b. 34 cm breitt. Eitt tan af slíku efni er um 10 m.

[2]1 sho = 1.8 lítrar. Ath: Japanskt sho er frábrugðinð Kínversku sho.



Mynd 2: Leikur með Díofantosarjöfnunni

Dæmi 4. *Ríkur maður átti gamla og nýjar eiginkonur sem hver á 15 börn. Eitt barnanna getur eignast réttinn til að erfa fjársjóði föðursins í leik sem virkar á eftirfarandi hátt. „Öll börnin mynda hring. Byrjaðu að telja þau út frá einu barni og tíunda hvert barn skal fara úr hringum. Síðan skaltu byrja á næsta barni og halda áfram. Síðasta barnið eignast réttinn.” Reyndu að finna leikáætlun þannig að fyrsti sonur gömlu konunnar muni vinna, ef hann má velja byrjunarstað leiksins.*

Dæmi 5. *Þjófar stela nokkrum silkiklæðum og eru nú að reyna að skipta þeim. Ef hver þeirra hefur 8 klæði, vantar 7. Ef hver þeirra hefur 7 klæði, eru 8 eftir. Hve margir eru þjófarnir og klæðin?*

Heimildir

[1] Georgiev, V., Mushkarov, O., Ulovec, A., Dimitrova, N., Mogensen, A., Sendova, E. MEETING in Mathematics, Demetra Publishing House, Sofia, 2008

[2] Georgiev, V., Kurokawa, Y., *From static to dynamical problem posing*, http://http://www.dynamathmat.eu/, 2013

[3] A. Ulovec, J.Anderson, S. Čeretková, N. Dimitrova, V. Georgiev, O.Mushkarov E Sendova, *MATH to EARTH* 2010.

[4] Hiroku Endou, *Algoritmic girl*, 2006, Japan.

[5] J. Šunderlk and E. Barcková, *Best spot - investigation with circles*, kafli í þessari bók.

[6] M. Yoshida (revised and commented by S. Ohya) "Jinkoki", Iwanami Shoten, Japan, 1977.