

Matematikopgaver fra samuraitiden

Vladimir Georgiev & Yuki Kurokawa, Department of Mathematics, University of Pisa, Italy

1 Kort indledning

I studier af matematikkens historie kan man fokusere på, hvordan og hvornår forskellige matematiske opdagelser er gjort, men man kan også se på f.eks. de konkrete skrivemåder, metoder og opgavetyper. Vi vil her præsentere eksempler på gamle opgaver i en form der gør det muligt at arbejde med dem i en nutidig matematikundervisning.

Der er flere ting man må forholde sig til når man vil basere sin matematikundervisning på historiske eksempler, f.eks.:

- Hvilke eksempler skal man vælge og fra hvilke kilder?
- Hvordan får jeg indarbejdet eksemplerne i dagens matematikpensum?
- Hvordan får man tid til det i den daglige undervisning?
- Hvordan sikrer man matematikhistorien plads i læreruddannelsen?

Vi vil afstå fra at besvare disse spørgsmål udtømmende i dette korte afsnit, men vil blot ridse en historisk situation op og komme med forslag til, hvordan man med udgangspunkt i ovenstående spørgsmål kan gøre i praksis.

Det er velkendt at under renæssancen med dens opblomstrende handel og hastigt voksende byer i Italien, Holland, England og andre europæiske lande, kom matematikken også ind i en rivende udvikling, bl.a. på baggrund af kristne og jødiske matematikeres arbejder. Universiteterne konkurrerede indbyrdes og matematikere udfordrede rivalers resultater og metoder.

Erfaringer med gruppebaserede matematikkonkurrencer i [1] viser at man kan gøre emner uden for det traditionelle skolepensum spændende og tillokkende ved at hente inspiration fra renæssancens traditioner. Helt konkret virker tanken om konkurrerende matematikere ikke fjern for italienere fordi historien bl.a. kan henvise til offentlige dystre i løsning af algebraiske ligninger mellem Tartaglia og Fiore, eller mellem Ferrari og Tartaglia.

Problemstillingerne blev præsenteret for en notar og derefter nedskrevet, hvorpå de blev sendt til relevante institutioner i Italien. En praksis der havde en stimulerende effekt på matematikforskningen under renæssancen.

Inspireret af dette opstod konkurrencen Torneo Vinci som en del af The Unsong Hero med det formål at inspirere unge til at studere matematik. Yderligere detaljer kan man finde i [1].

Som følge af Prof. Kurokawas ophold ved Matematikinstituttet, Universitetet i Pisa fra april til september 2011 vil vi justere fokus en smule. Derfor skal vi nu se konkrete eksempler på, hvordan japansk matematikhistorie kan implementeres i almindelige og "ikke helt almindelige" matematiktimer.

2 Matematikeksempler fra den japanske Edo-periode.

Avanceret matematik, også kendt som wasan, blomstrede op i det før-moderne Japan under Edo-perioden fra det tidlige syttende århundrede til sent i det nittende århundrede. Det havde sin oprindelse i kinesiske matematiske tekster som japanerne fik fat på under deres invasion af Korea sidst i det sekstende århundrede.

Selv om Japan - og dermed også deres matematikere var ret isolerede fra den øvrige verden gjorde de ikke desto mindre opdagelser af en kaliber som sjældent tilskrives ikke-vestlige lærde. Undertiden distancerede de endog deres vestlige kolleger, som de altså ikke kendte noget til.

Udviklingen af japansk matematik tog virkelig fart efter invasionen af Korea i 1592. En soldat slap af sted med at bringe en kinesisk abacus hjem til Hakata havn. Abacuser var kendt i Kina fra 1200-tallet og blev i Japan kendt som soroban. Den blev vidt udbredt efter Mori Shigeysshi udgav en introduktion til regning med en abacus i 1622, skønt den dog ikke helt udkonkurrerede sangien, der var mere egnet til komplicerede algebraiske operationer.

En mere omfattende tekst, og også den første komplette matematikbog i Japan blev udgivet med titlen *Jinkoki* eller *Store og små tal* i 1627 af Yoshida Mitsuyoshi. Den var oprindeligt skrevet med udgangspunkt i kinesiske bøger og blev brugt som lærebog i tempelskoler på den tid. Den indeholder ikke blot grundlæggende beregningsteknikker men også nyttige problemstillinger fra livet i Edo-perioden og nogle matematiske spil. Se i [5] efter yderligere information.

Efter denne start udviklede japansk matematik sig støt især inden for geometri og talteori. Det foregik i en atmosfære af åben dialog bl.a. støttet af samuraiklassen. I begyndelsen beskæftigede samuraierne sig mest med matematik, fordi det havde militær anvendelse i forbindelse med kortlægning, navigation og kalenderfremstilling. Efterhånden som samuraierne også begyndte at overgå til civile jobs med mere beskedne lønninger, underviste de også i læsning, skrivning og aritmetik i små, private skoler (sædvanligvis i templer, se fig 1) kaldet juku, som omfattede det meste af uddannelsessystemet i det før-moderne Japan. På grund af den lave skolebetaling havde juku - skolerne søgning fra alle alders- og økonomiske klasser og derfor blev matematik vidt udbredt i det japanske samfund. Folk som ikke havde råd til at udgive bøger udstillede deres egne opdagelser på tavler af træ i templerne som gaver til guderne. Disse tavler, der blev kendt som sangaku muliggjorde det for japanske matematikere at udveksle ideer og identificere nye problemstillinger og var dermed med til at gøre templerne til intellektuelle centre for udveksling af viden i hele landet.



Fig. 1 Samuraiskolerne holdt typisk til i templer

De fleste øvelser i *Jinkoki* handler om beregninger, der er nyttige i hverdagsliv og handel. Lad os se på et typisk eksempel

Opgave 1 (*Regning for tyveknegte*) *En nat stjal nogle tyve en rulle stof fra et skur. De satte sig under en vejbro for at dele stoffet. En forbigående hører følgende udtalelse:*

"Hvis hver af os får 7 tan¹, så der der 8 tan til overs. Men hvis hver af os får 8 tan, vil der mangle 7 tan." Hvor mange tyve var der og hvor lang var stofrullen?

¹ En tan er en enhed til at måle mængden af klæde på en ca. 34 cm bred stofrulle. En tan svarer til cirka 10 meter stof på en sådan rulle.

Løsning.: Hvis N er antallet af tyve og L er længden af stofrullen, så svarer den første betingelse til ligningen $7N = L - 8$. Den anden betingelse resulterer i $L = 8N - 7$. Når man løser disse to ligninger får man $N = 15$ og $L = 113$ tan. Opgaven med silketyvene stod i Yoshidas *Jinkoki* fra 1631.

Man skal hæfte sig ved at den stillede opgave er en problemstilling fra hverdagslivet - dengang. Situationen beskrevet i opgaven giver anledning matematisk modellering. I ovenstående løsning kommer vi omkring to ligninger med to ubekendte men elever vil sagtens kunne arbejde med opgaven uden denne formalisme.

Las os for et øjeblik retter blikket mod nutidens matematikundervisning, for at fremhæve en væsentlig pointe. Eleverne i dag har brug for at se tallene på arbejde i den verden de lever i, hvis det skal være muligt at besvare det evige spørgsmål: Hvorfor skal jeg lære det her? Men det kan være både svært og tidskrævende at finde problemstillinger, der passer til skoletrinene samtidig med, at de viser hvordan folk faktisk bruger matematisk tænkning i konkrete situationer. Som vi kan se ud fra det første eksempel fra *Jinkoki* bogen, har dette problem en naturlig løsning i den tilgang som matematiklærer i samuraiskolerne brugte.

I Edo-perioden brugte folk colza olie til lamperne i deres huse. Følgende opgave viser et eksempel på en typisk problemstilling.

Opgave 2 (*Et oliefordelingsproblem*)

En omvandrende colza-olie-handler kontaktes en aften på vej hjem af en kunde der gerne vil købe 5 sho² olie. Men oliehandleren har kun 10 sho tilbage i en store krukke og to tomme krukker, der kan rumme henholdsvis 3 sho og 7 sho. Hvordan får oliehandleren afmålt 5 sho til kunden?

Vi overlader løsningen til læseren.

Imidlertid vil den følgende modifikation af opgaven kræve kreativ argumentation for at finde en løsning.

Opgave 3 (*Modificeret oliefordelingsproblem*) Vi har en krukke fuld af olie. Den kan rumme 10 sho. Hvordan kan vi dele olien i to halvdele når vi kun har yderligere en krukke der kan rumme 3 sho og en der kan rumme 7 sho?

Dette er eksempler på, hvorledes man kan bruge opgaver fra matematikkens historie i matematikundervisningen og samtidig muliggøre kreativt arbejde i klassen.

Lad os tænke tilbage på spillet programmeret i Flash, der relaterer til den Diophantiske ligning fra artiklen: *From static to dynamical problem posing*.³

$$Bx = A + Cy$$

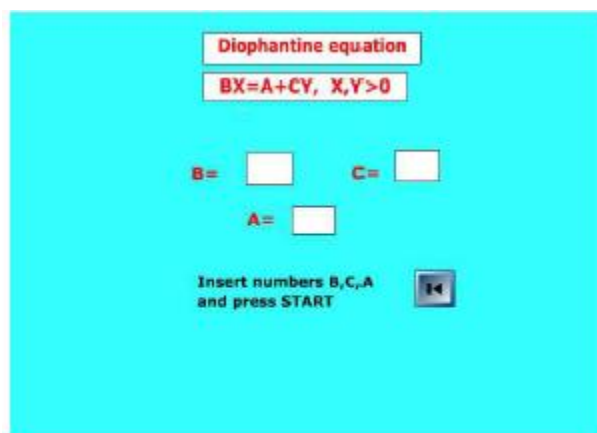


Fig. 2 Spil baseret på en Diophantisk ligning

² 1 sho = 1,8 liter. Bemærk at en japansk sho afviger fra en kinesisk sho, hvis du eventuelt kender den kinesiske.

³ Samme forfattere i denne udgivelse - men artiklen er ikke oversat til dansk.

(se fig. 2 eller gå direkte til spillet, der er linket til i ovennævnte artikel). Vi kan nu generalisere oliefordelingsproblemet og prøve følgende øvelser.

- Modificere opgave 3 så vi kan bruge Flash spillet som løsning.
- Generaliser oliefordelingsproblemet, og find en algoritme til at løse denne generaliserede version, der er uafhængig af konkrete oplysninger om mængder.
- Modifier Flashprogrammet så det kan bruges til at løse ovenstående generaliserede version.

Denne lille tur i japansk matematikhistorie afslutter vi med endnu et par eksempler til videre arbejde.

Opgave 4. En rig mand var blevet skilt og havde fået sig en ny kone. Med hver kone havde han 15 børn. Et af børnene kan erhverve sig ret til at arve hele faderens formue ved at vinde følgende leg: "Alle børnene sætter sig i en rundkreds. Begynd at tælle ved et af børnene og når du når barn nr. 10 må dette barn trække sig ud af kredsen. Tæl igen fra næste barn og lad det 10. herfra trække sig ud af kredsen. Bliv ved på denne måde. Det sidste barn får arveretten". Find en strategi som gør det muligt for den ældste søn af eks-konen at vinde, hvis han får lov til at vælge, hvilket af børnene der skal tælles først.

References

- [1] Georgiev, V., Mushkarov, O., Ulovec, A., Dimitrova, N., Mogensen, A., Sendova, E. *MEETING in Mathematics*, Demetra Publishing House, Sofia, 2008
- [2] A. Ulovec, J. Anderson, S. Čeretková, N. Dimitrova, V. Georgiev, O. Mushkarov E Sendova, *MATH to EARTH* 2010.
- [3] Hiroku Endou, *Algorithmic girl*, 2006, Japan
- [4] J. Sunderlik and E. Barcková, *Best spot - investigation with circles*, chapter in this book.
- [5] M. Yoshida (revised and commented by S. Ohya) "Jinkoki", Iwanami Shoten, Japan, 1977.