1 Rúmfræði á leikvelli séð með augum nemenda

Gabriela Pavlovičová, Lucia Rumanová, Valéria Švecová
Íslensk þýðing, Ragnar Stefánsson

Við unnum með 13 og 14 ára gömlum nemendum þegar við bjuggum til eftirfarandi verkefni. Við báðum þá um að leita að „einhverri rúmfræði" og taka myndir af áhugaverðum hlutum þegar þau gengu um leikvöll. Næsta skref fólst í því að við báðum þau að reyna að koma með hugmyndir að rúmfræðilegum verkefnum sem byggðust á myndunum. Þannig enduðum við með stórt safn ljósmynda sem mynduðu grunn okkar fyrir gerð stærðfræðilegra verkefna. Það voru engar mælingar notaðar í tengslum við rúmfræðilegu hlutina í verkefnum okkar, þau eru opin verkefni sem má klára og leysa af nemendunum.

Meginmarkmiðið við gerð verkefnanna var að þróa kvika stærðfræðihugsun nemandanna og að búa til stærðfræðileg verkefni. Til þess að búa til áþreifanleg verkefni geta nemendur sett stærðir inn á myndirnar

- með því að meta þær út frá eigin reynslu;
- með því að nálga þær út frá svipuðum stærðum í raunveruleikanum;
- með því mæla raunverulegu myndina og aðlaga að viðeigandi stærð;
- með því að leita að svipuðum hlutum í umhverfi þeirra og mæla þá.

Líta má á eftirfarandi verkefni sem hugmyndir sem leiða okkur að stærðfræðilegum verkefnum þannig að sköpunargáfa þeirra sem leysa verkefnin að njóti sín.

Í öðrum hluta greinarinnar völdum við tvö dæmi og bjuggum til ákveðin verkefni út frá þeim. Þegar við leystum þau notuðum við kvika forritið GeoGebra þar sem nýjar stefnur í stærðfræði leiða til notkunar ýmissa kennsluforrita til að bæta kennslu og gera hana meira aðlaðandi. Við gerum ráð fyrir að við höfum valið viðeigandi stærðfræðiforrit og sýnt nemendunum áhugaverðari form stærðfræðinnar. Þróun þessa efnis hefur einnig verið tekið mið af kröfum í vettvangsnámi og leitast við að gera efni sem nothæft við stærðfræðikennslu í grunnskólum og framhaldsskólum. Með því að nota þetta forrit, vildum við leggja áherslu á kviku breyturnar sem geta haft áhrif á niðurstöðuna eða fjölda lausna á verkefninu.

1.1 Ljósmyndir nemandanna ásamt stærðfræðilegum hugmyndum um þær

Verkefni 1

Á myndinni er tréstubbur í laginu eins og skáhallur sívalningur.

- Hvert gæti rúmmál trébarkarins, sem hefur flagnað af stubbnum, verið ef þykkt þess var 8% af geislanum?
- Hver gæti hámarksfjarlægðin verið milli jarðarinnar og maursins sem labbar á tréstubbnum?
- Hver yrði þyngd sagsins sem við fengjum úr öllum stubbnum ef viðarþéttleiki þess er 690kg/m^3?

Nemendurnir stungu upp á því að reikna flatarmál trébarkarins.

Verkefni 2

Á myndinni er sökkull fyrir skrautstöpul í laginu eins og reglulegur sexstrendingur.

- Hversu mörgum lítrum af steynsteypu er hægt að hella ofan í stöpulinn?
- Hve mikið af litlum steinum þurfti til þess að skreyta ytri hliðina ef meðalyfirborðið sem einn steinn hylur er $7cm^2$?
- Á hve marga vegu má skipta stöplinum í tvo jafnstóra hluta?

Verkefni 3

Myndin sýnir ellefu sívalningssúlur sem girða af leikvöllinn.

- Hve mörg kg af rauðri og hvítri málningu þyrfti til að mála súlurnar, ef 1 kg af málningu hylur u.þ.b. 8 m^2 flatarmál?
- Hve langt ætti band, sem við notum til þess að tengja súlurnar saman, að vera ef við byggjum til lykkju utan um hverja súlu? Við reiknum með að það fari 1.2 m af bandi í að binda reipið við upphafs- og endasúluna mælum við 1.2 m.

Nemendurnir stungu upp á því að reikna yfirborðsflatarmál allra súlnanna.

Verkefni 4

Á myndinni er snúningstunna fyrir krakka.

- Hvað þurfti marga trélista til þess að búa hana til og hve marga hnoðnagla þurfti til þess að festa þá?

  Sannreyna má lausnina með þessari mynd.

- Ef hluti gulu sívalningsstanganna, með lengd jafnri þvermáli sívalningsins, væri málaður grænn, hve mikið af flatarmáli þess yrði þá grænt?

Verkefni 5

Myndin sýnir skilti sem eru staðsett við inngang leikvallarins.

- Hvaða rúmfræðiform sjást á myndinni?
- Endurteiknaðu svörtu fletina á miðjuskiltinu á ferningslaga grind. Lengd hvers reits í grindinni á að vera sama lengd og fjarlægðin milli tveggja fjórðungsgeira hringjanna. Lengd styttri hliðar rétthyrningsins ætti að vera hálf lengd grindarkassans.
- Hvert er hlutfall svörtu og hvítu flatarmálanna?

Nemendurnir stungu upp á því að reikna út einingar þessara merkja.

Verkefni 6

Stólpinn á myndinni er á tjarnarbryggju og er notaður til að festa bát.

- Hve há getur súlan verið ef við vitum lengd skuggans?
- Hver væri lengd reipis sem þú myndir binda yfir bryggjuna og stólpann (undir hvaða horni sem er)?
- Stólpinn, skuggi þess og reipi strekkt á milli þeirra myndar þríhyrning. Hver er hliðarlengd og stærð innri horna í þessum þríhyrningi?
- Bryggjan er gerð úr spýtum í tveimur röðum, eins og sést á myndinni. Hve margar spýtur þarf til að hylja bryggjuna ef einn listi er 3% af heild bryggjunnar?

Verkefni 7

Myndin sýnir klifurgrind á leikvellinum. Hún er hluti af hálfum sívalningi.

- Hvert er flatarmálið ef við myndum yfirfæra þessa grind á ferningslaga grind í fleti?
- Hver marga metra af stöngum þarftu til þess að smíða klifurgrindina? Hæð hálfa sívalningsins ætti að vera fasti.
- Hve marga lítra af gulri og rauðri málningu þurfum við til þ ess að þ ekja stangir klifurgrindarinnar ef við vitum meðalmagn málningar fyrir 1 m^2.

Nemendurnir vildu finna út hve marga kílómetra af stöngum við fengjum ef allar stangir klifurgrindarinnar væru tengdar saman.

Verkefni 8

Á myndinni er bílhjól með felgu.

- Hve margar beinar línur getum við notað til þess að skipta skífunni upp í tvo eins hluta?
- Hve mörg prósent af hjólinu er hjólbarðinn?
- Hvert væri þvermál hjólbarðans ef það væri þreföld hæð hjólbarðans?

Nemendurnir stungu upp á því að reikna geisla hjólsins.

Verkefni 9

Á myndinni er rétthyrnd trapísa mynduð úr bútum trjábols.

- Hve mikið af jarðvegi þyrftum við ef við vildum nota trapísuna sem skrautblómapott?
- Trapísu sem er mynduð á þennan hátt má nota sem blómabeð. Hve mörg blóm gætum við gróðursett ef fjarlægðin milli blómanna væri 20 cm?
- Hverjar væru stærðir innri horna trapísunnar ef grunnlínur trapísunnar væru í hlutföllunum 1:3?

Nemendurnir stungu upp á því að mæla hæð trapísunnar.

Verkefni 10

Lóðrétti strendingurinn á myndinni er ruslatunna.

- Hvert er hámarksrúmmál ruslsins í tunnunni?
- Hve mikið af viði þyrftum við að bæta við ef við vildum búa til ruslatunnuna án þess að hafa bil milli viðarflatanna?
- Ef við tæmdum fimmtung tunnunnar yrði heildarþyngd þess 80 prósent af fullri tunnu. Hver er þyngd tómrar tunnu?

Nemendurnir stungu upp á því að reikna magn málningar sem þyrfti til þess að mála viðarfletina.

1.2 Verkefni leyst með því að nota forritið GeoGebra

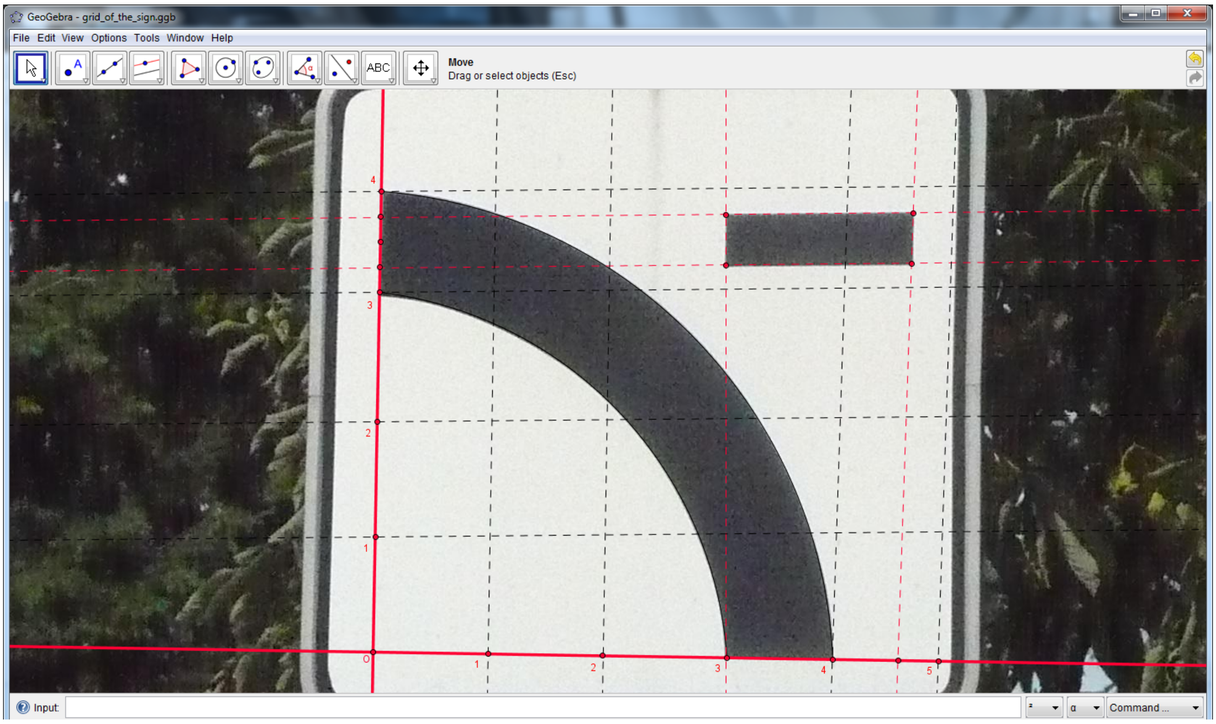
Við völdum að skoða tvö tiltekin dæmi og lausnir þeirra til þess að sýna notkun forritsins GeoGebra.

Verkefni 5

Myndin sýnir skilti sem eru staðsett við inngang leikvallarins.

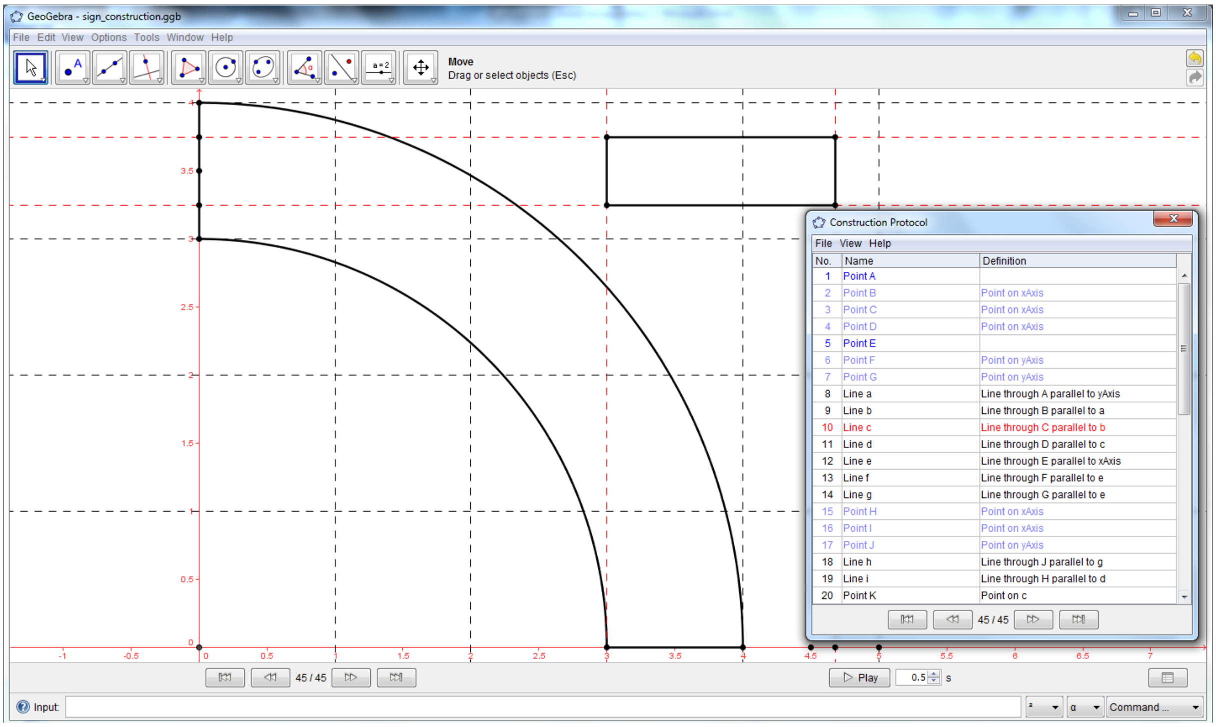
Endurteiknaðu svörtu fletina á miðjuskiltinu á ferningslaga grind. Lengd hvers reits í grindinni á að vera sama þykkt hringsins. Lengd styttri hliðar rétthyrningsins ætti að vera hálf lengd grindarkassans.

[Grind af skiltinu]



Mynd 1. Ljósmynd af vegaskiltinu í GeoGebru

Með GeoGebru teiknuðum við upp á nýtt fjórðunginn og rétthyrninginn með því að setja þau inn á valda grind. Einn af kostum forritsins er að hægt er að nota verklýsingu myndsmíðar til að sýna smíðaferlið og þar með endurhanna sambærilegt verkefni.



Mynd 2. Vegaskiltið endurteiknað á grind

[Smíði skiltisins]()

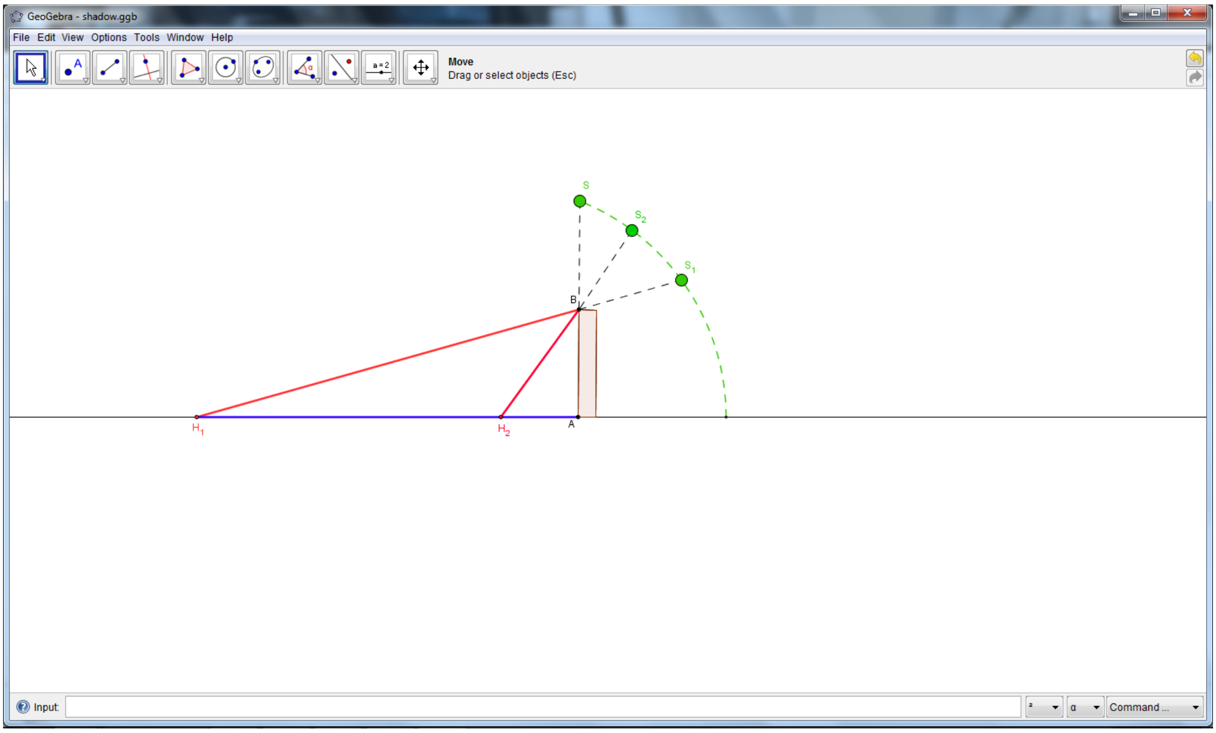
Verkefni 6

Stólpinn á myndinni er á tjarnarbryggju og er þar svo hægt er að festa bátinn. Stólpinn, skuggi hans og reipi sem við strekkjum á milli þeirra mynda þríhyrning.

- Hvernig er lengd reipisins háð lengd skuggans? Hvenær er það í hámarks- og lágmarkslengd skuggans?
- Hvernig breytist lengd reipisins eftir því hvar það er fest við stólpann?

Í lausninni á fyrri hluta verkefnisins notum við þann eiginleika að lengd skuggans er háð áhrifum sólarljóssins á stólpinn. Í forritinu GeoGebra má tákna þetta með færanlegum punkti S (sem táknar sólina) eftir hring sem hefur radíus að jafnri lengd og fjarlægð sólar frá jörðu.

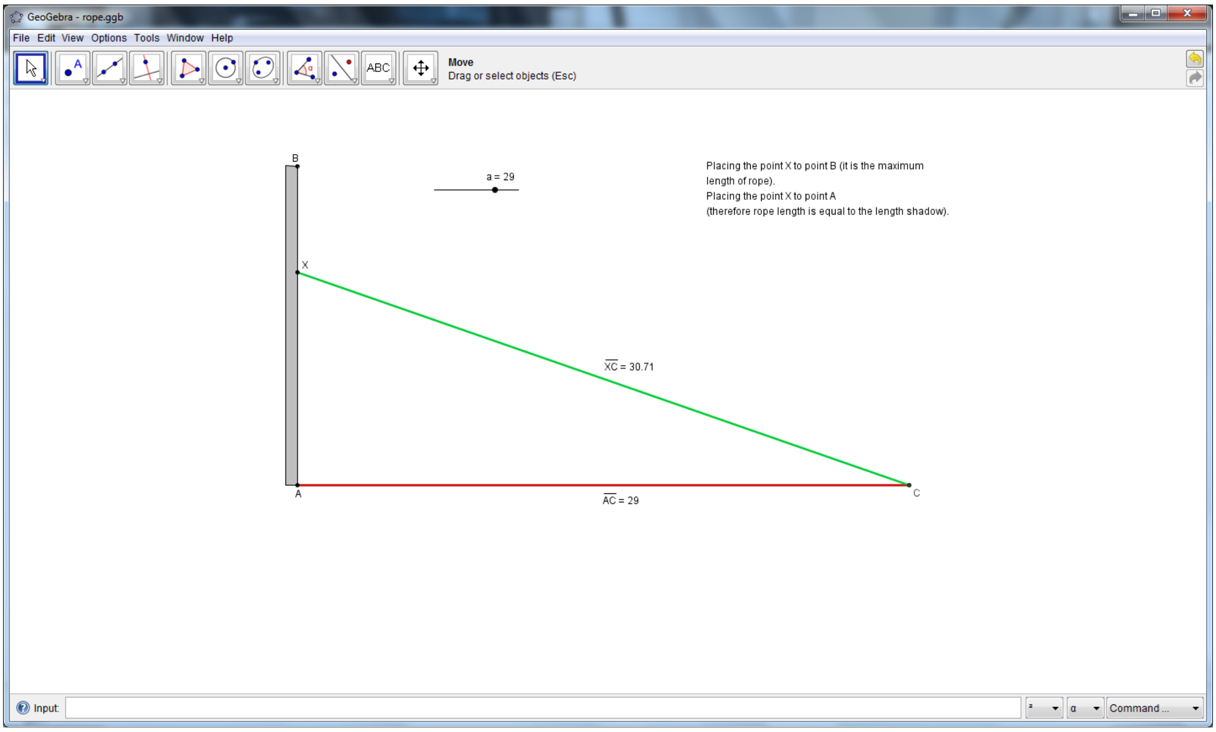
Skugginn



Mynd 3. Hér er sýnt hvernig skugginn er háður staðsetningu sólarinnar

Í seinni hlutanum er lengd reipisins háð staðsetningu þess á stólpanum. Í GeoGebru erum við að breyta lengd færslunnar að punkti X á línustrikinu AB, sem táknar stólpann. Með því að setja punkt X á punkt B fáum við hámarkslengd reipisins. Með því að setja punkt X á punkt A, punkt sem myndar grunn þríhyrningsins, fáum við að lengd reipisins er jöfn lengd skuggans.

Reipið



Mynd 4. Hvernig reipið er háð staðsetningu þess á stólpinum

1.3 Ýmsar aðrar myndir af leikvellinum sem nemendurnir tóku

Myndirnar í þessum hluta eru einnig eftir nemendurna. Þær eru áreiðanlega hentugar til þess að búa til hin ýmsu rúmfræðilegu verkefni.


PHOENIX CONTACT






Heimildir

[1] Csiba, P. *Tvorba interaktívnych matematických www stránok pomocou softvéru GeoGebra*, Acta mathematica 11, Nitra, 2008

[2] Rumanová, L., Drábeková, J. *GeoGebra a jej aplikácie,* DIDZA 6: Nové trendy vo vyučovaní matematiky a informatiky na základných, stredných a vysokých školách, Žilina, 2009

[3] www.geogebra.org (14. júlí 2011)