1 Geometria v parku z pohľadu žiakov

GABRIELA PAVLOVIČOVÁ, LUCIA RUMANOVÁ, VALÉRIA ŠVECOVÁ

Pri tvorbe nasledujúcich problémov sme spolupracovali so žiakmi vo veku 14-15 rokov. Požiadali sme ich, aby pri prechádzke parkom hľadali geometriu v akejkoľvek podobe a objekty, ktoré ich zaujmú, odfotografovali. V ďalšej etape sme ich vyzvali, aby skúsili vytvoriť nejaké námety na geometrické úlohy, ktoré by vychádzali z jednotlivých obrázkov. Takto sme získali bohatý fotografický materiál, z ktorého sme aj my vychádzali pri tvorbe námetov na matematické problémy. V uvedených problémoch sa nenachádzajú konkrétne číselné hodnoty k jednotlivým geometrickým objektom, a preto ich vnímame ako otvorené problémy, na dotváraní ako aj riešení ktorých sa môžu podieľať aj žiaci.

Hlavným cieľom pri ich tvorbe je dynamizovanie matematického myslenia žiakov a tvorby matematických úloh. Na vytvorenie konkrétnej úlohy žiaci môžu doplniť rozmery objektov:

- odhadom z vlastných skúseností,
- priblížením k podobným reálnym objektom,
- odmeraním konkrétneho obrázka a prispôsobením rozmerov vo vhodnej mierke,
- môžu nájsť podobný objekt vo svojom okolí a odmerať ho.

Riešiteľ by mal nasledujúce problémy vnímať skôr motivačne ako námety na aktivity vedúce k tvorbe úloh, pričom ponechávame priestor aj na vlastnú tvorivosť riešiteľa.

V druhej časti článku sme vybrali dve konkrétne fotografie, ku ktorým sme vytvorili špecifické úlohy. Pri ich riešení sme použili dynamickosť softvéru GeoGebra. Nové trendy vo vyučovaní nielen matematiky vedú k využívaniu rôznych výučbových programov s cieľom zlepšiť a zatraktívniť vyučovací proces. Domnievame sa, že sme sa rozhodli pre vhodný matematický softvér prostredníctvom ktorého môžeme ukázať žiakom zaujímavejšiu podobu matematiky. Pri výbere softvéru sme brali do úvahy aj požiadavky pedagogickej praxe, a preto je GeoGebra vhodným nástrojom na výučbu matematiky na základných, stredných a vysokých školách. Pomocou tohto softvéru sme chceli upozorniť na jeho dynamické prvky, ktoré umožňujú rôzne situácie vizualizovať a zároveň môžu mať vplyv na výsledok alebo počet riešení danej úlohy.

1.1 Žiacke fotografie a ich matematické predstavy

Problém 1

Na obrázku je peň stromu, ktorý má tvar šikmého valca.

- Aký môže byť objem kôry, ktorá sa časom olúpala z tohto pňa, ak jej hrúbka tvorila 8% z jeho polomeru?
- V akej najväčšej vzdialenosti od zeme môže byť mravec, ktorý lezie po pni?
- Aká by bola hmotnosť pilín, ktoré by sme získali z celého pňa, ak hustota jeho dreva je 690 kg/m^3?

Žiaci navrhli vypočítanie povrchu kôry tohto pňa.

Problém 2

Na obrázku je podstavec ozdobného stĺpu tvaru pravidelného šesťbokého hranola.

- Koľko litrov betónu sa zmestí do podstavca?
- Koľko kamienkov bolo potrebných na ozdobenie vonkajšieho plášťa podstavca, ak priemerná plocha, ktorú zaberie jeden kamienok, je $7 cm^2$?
- Koľkými spôsobmi by sme mohli podstavec rozdeliť na dve rovnaké časti?

Problém 3

Žiaci navrhli vypočítanie povrchu všetkých stĺpov.

Na obrázku je jedenásť hraničných stĺpov tvaru valca.

- Koľko kg červenej a koľko kg bielej farby bolo potrebných na vymaľovanie týchto stĺpov, ak 1 kg farby pokryje plochu približne $8 m^2$?
- Aký dlhý špagát by sme potrebovali, ak by sme chceli tieto stĺpy navzájom pospájať? Okolo každého stĺpu by sme urobili jednu slučku, pričom na uviazanie špagátu na prvý a posledný stĺp použijeme spolu 1,2 m.

Problém 4

Na obrázku je detský bežecký valec.

- Koľko drevených latiek bolo potrebných na jeho zostavenie a koľko nitov na ich pripevnenie?

Správnosť riešenia si môžeme overiť na tomto obrázku.

- Akú veľkú plochu by sme vyfarbili, ak by sme chceli časť žltej valcovej tyče s dĺžkou rovnou priemeru bežiaceho valca prefarbiť na zeleno?

Problém 5

Na obrázku sú dopravné značky umiestnené pri vstupe do parku.

- Aké rôzne geometrické útvary sú na obrázku?
- Prekreslite dva útvary, ktoré sú na značke uprostred, do štvorčekovej siete. Dĺžku strany jedného štvorčeka zvoľte tak, aby bola rovnaká ako je vzdialenosť dvoch štvrťkružníc. Dĺžky strán obdĺžnika sú v pomere 1:4, pričom dĺžka kratšej strany obdĺžnika je polovicou dĺžky strany štvorčeka zvolenej štvorčekovej siete.
- Koľko percent plochy štvorca na značke uprostred by potom tvorili útvary vyfarbené na čierno?

Žiaci navrhli vypočítať obsah útvarov na jednotlivých značkách.

Problém 6

Stĺp na fotke je na móle pri jazierku a slúži na uchytenie lodiek.

- Aký vysoký môže byť stĺp, ak by sme poznali dĺžku jeho tieňa?
- Aká by bola dĺžka lana, ktoré by sme upevnili cez oká na stĺpe a do dosiek na móle, ak lano so stĺpom zviera ľubovoľný uhol?
- Ak by sme medzi stĺp a jeho tieň natiahli lano, ohraničili by sme trojuholník. Aké dĺžky strán a veľkosti vnútorných uhlov by mohol mať takto vytvorený trojuholník?
- Mólo má tvar obdĺžnika a je pokryté drevenými latkami v dvoch radoch, ako je to na obrázku. Koľko drevených latiek by sme potrebovali na pokrytie móla, ak jedna latka tvorí 3% z plochy tohto móla?

Problém 7

Na obrázku z detského parku je jedna z preliezok tvaru polvalca.

- Aký útvar by vznikol rozvinutím plochy preliezky do roviny, ak otvory na preliezke majú tvar štvorca?
- Koľko metrov tyče by sme potrebovali na zhotovenie tejto preliezky, ak je priemer polvalca zhodný s jeho výškou?
- Koľko kg žltej a červenej farby by sme potrebovali na natretie tyčí z preliezky, ak by sme poznali priemer tyče a cenu farby za $1m^2$?

Žiaci navrhli zistiť koľko kilometrov tyče získame, ak všetky tyče z preliezky navzájom napojíme.

Problém 8

Na obrázku je koleso auta s diskom.

- Koľko priamok rozdeľujúcich disk na dve rovnaké časti by sme vedeli nájsť?
- Aká by bola hrúbka pneumatiky, ak je trikrát väčšia ako jej priemer?

Žiaci navrhli vypočítanie polomeru kolesa auta.

Problém 9

Na obrázku je pravouhlý lichobežník vytvorený z kmeňov stromu.

- Koľko zeminy by sme potrebovali, keby sme chceli použiť tento lichobežník ako ozdobný kvetináč?
- Lichobežník by sme mohli použiť ako záhon. Koľko kvetín by sme doňho vysadili, ak by vzdialenosť medzi kvetinami v tomto záhone bola 20 cm?
- Aké veľkosti by mali vnútorné uhly lichobežníka, ak dĺžky jeho základní sú v pomere 1:3?

Žiaci navrhli výpočet výšky tohto lichobežníka.

Problém 10

Na obrázku je odpadkový kôš, ktorý má tvar kolmého hranola.

- Aký by mohol byť maximálny objem odpadkov v koši?
- Koľko dreva navyše by sme potrebovali na obloženie koša, aby bol bez medzier?
- Ak by sme vysypali jednu pätinu odpadkov z koša, potom by jeho hmotnosť bola 80 % z celkovej hmotnosti koša. Aká je hmotnosť prázdneho koša?

Žiaci navrhli vypočítanie množstva farby potrebnej na namaľovanie drevených latiek na koši.

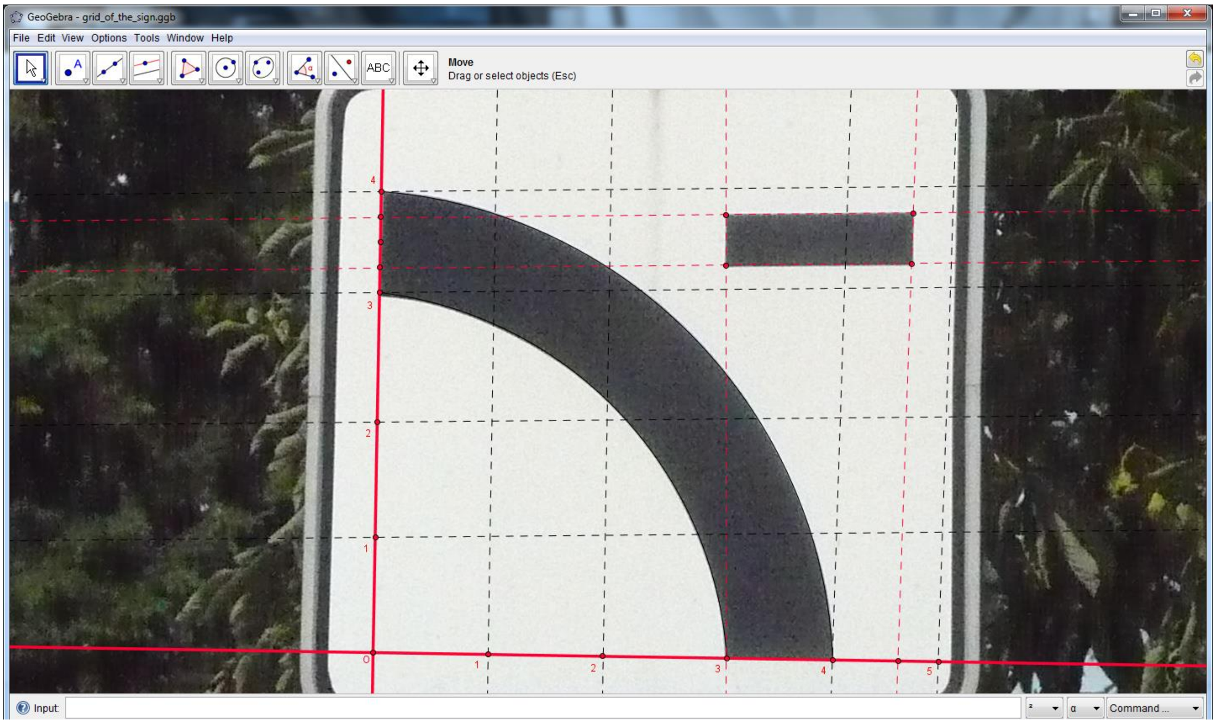
1.2 Riešenie úloh s využitím softvéru GeoGebra

Rozhodli sme sa vybrať dve konkrétne úlohy a ich riešenia demonštrovať použitím softvéru GeoGebra.

Problém 5

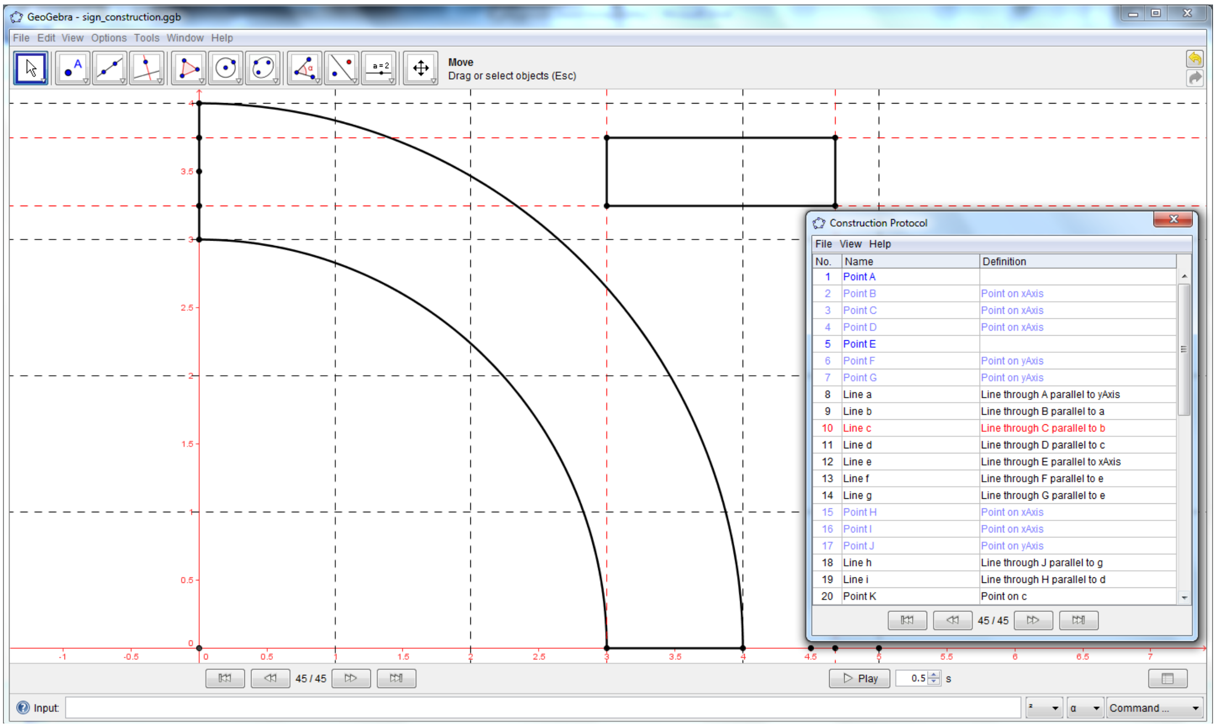
Na obrázku sú dopravné značky umiestnené pri vstupe do parku.

Prekreslite dva útvary, ktoré sú na značke uprostred, do štvorčekovej siete. Dĺžku strany jedného štvorčeka zvoľte tak, aby bola rovnaká ako je vzdialenosť dvoch štvrťkružníc. Dĺžky strán obdĺžnika sú v pomere 1:4, pričom dĺžka kratšej strany obdĺžnika je polovicou dĺžky strany štvorčeka zvolenej štvorčekovej siete.



Obr.1 Fotka dopravnej značky v GeoGebre

Pomocou softvéru GeoGebra môžeme prekresliť štvrtinu kruhového pásu a obdĺžnik do zvolenej štvorčekovej siete. Jednou z výhod tohto softvéru je možnosť prehrať krok po kroku vytvorenú konštrukciu a tým si vopred premyslieť didaktický proces práce so žiakmi. Vieme tiež skontrolovať riešenia a prácu so softvérom zobraziť v krokoch konštrukcie.



Obr.2 Dopravná značka prekreslená do štvorčekovej siete

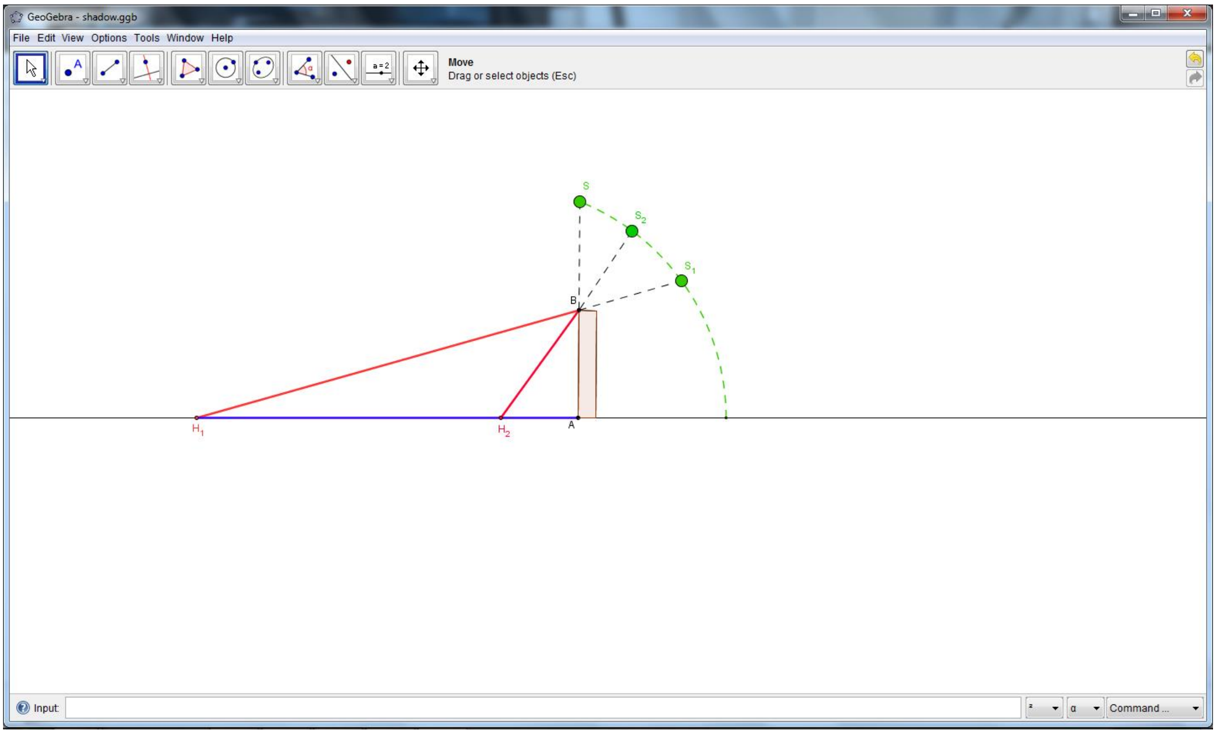
Problém 6

Stĺp na obrázku je postavený na móle pri rybníku a slúži na prichytenie lode. Medzi stĺp a jeho tieň natiahneme lano tak, aby vytvorili trojuholník.

a) Ako závisí dĺžka lana od dĺžky tieňa stĺpu? Kedy má tieň maximálnu a kedy minimálnu dĺžku?

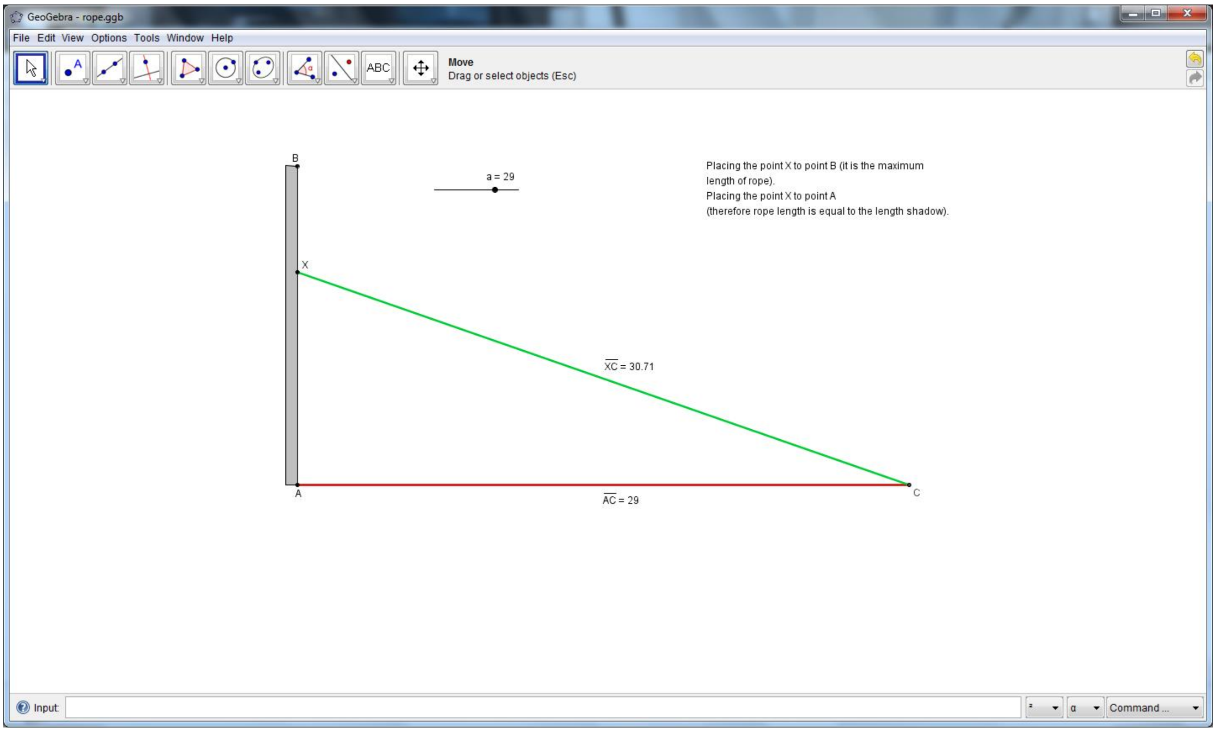
b) Ako závisí dĺžka lana od jeho uchytenia na stĺpe?

Pri riešení úlohy po a) použijeme vlastnosť, že dĺžka tieňa závisí od dopadu slnečného svetla na stĺp. S využitím softvéru GeoGebra môžeme danú situáciu prezentovať pohybom bodu *S* po kružnici, ktorej polomer je vzdialenosť medzi Slnkom a Zemou. Situácia na obrázku 3 je modelom, v ktorom zanedbáme polohu tieňa a zameriame sa na jeho dĺžku. To nám umožní simulovať trojrozmerný jav v rovine, pričom polomer Zeme a Slnka taktiež zanedbáme.



Obr.3 Závislosť tieňa stĺpu od polohy slnka

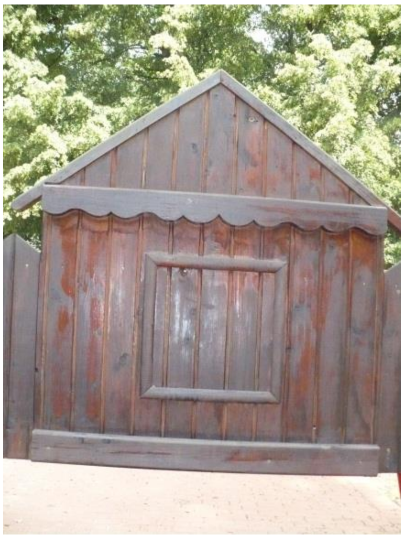
V úlohe po b) dĺžka lana závisí od jeho umiestnenie na stĺpe. V GeoGebre môžeme meniť dĺžku lana pohybom bodu *X* po úsečke *AB* (*X* je bod, v ktorom je upevnené lano na stĺpe a úsečka *AB* predstavuje daný stĺp). Ak umiestnime bod *X* do bodu *B*, dostaneme maximálnu dĺžku lana. Umiestnením bodu *X* do bodu *A* sa dĺžka lana rovná dĺžke tieňa.



Obr.4 Dĺžka lana v závislosti od jeho umiestnenie na stĺpe

1.3 Ďalšie žiacke fotografie z parku

Fotografie sú vhodné na tvorbu ďalších rôznych matematických problémov.



Literatúra

[1] Csiba, P. *Tvorba interaktívnych matematických www stránok pomocou softvéru GeoGebra*, Acta mathematica 11, Nitra, 2008

[2] Rumanová, L., Drábeková, J. *GeoGebra a jej aplikácie*, DIDZA 6: Nové trendy vo vyučovaní matematiky a informatiky na základných, stredných a vysokých školách, Žilina, 2009

[3] www.geogebra.org *(July 14, 2011)*