

Rúmfræði bílhjóla

Miroslava Sovičová, Štefan Havrlent, Lubomír Rybanský
Íslensk þýðing, Ragnar Stefánsson

1 Inngangur

Að kynna nýtt stærðfræðihugtak fyrir nemendum er oft ögrandi viðfangsefni fyrir kennara. Val á aðstæðum sem lýsa stærðfræðihugtakinu ætti að vekja áhuga nemendanna, auka innri hvöt þeirra og hvetja þau til að taka þátt í starfi kennslustofunnar af sjálfsdáðum og af ákafa. Ein möguleg leið til að ná þessu fram er að nálgast stærðfræðihugtök með það í huga að örva forvitni nemandanna um hluti sem þau kannast við úr hversdagslífinu og úr umhverfi sínu. Markmið þessarar greinar er að kynna reglulegn marghyrning og hugmyndina um snertil með því að nota bílhjól.

Bílar eru óaðskiljanlegur hluti af lífi okkar og má finna þá nánast allstaðar. Þeir eru kunnugir nemendum, óháð því hvort um ræða ræða stelpur eða stráka. Bílhjól lýsa edlilega einkennum reglulegs marghyrnings auk hugmyndaþinginnar um snertil hrings. Þar af leiðandi getur notkun þess samhengis verið gagnleg í því að búa til og byggja upp innsæi um reglulega marghyrninga og snertil fyrir krakka á öðru ári í grunnskóla.

2 Bílhjól sem reglulegir marghyrningar

Algengasta skilgreiningin á reglulegum marghyrningi er sú að það er marghyrningur með öll horn jafn stór og allar hliðar jafnlangar. Í okkar samhengi (bílhjól og hjólteinar) vinnum við með hliðar marghyrnings og með fjarlægð frá miðju marghyrnings að einum hornpunkti hans. Þar af leiðandi eru önnur og jafngild einkenni reglulegs marghyrnings hentugri: Marghyrningur er reglulegur þá og því aðeins að hliðar hans séu jafnlangar og allir hornpunktar í sömu fjarlægð frá miðju hans.

Það er eftirtektarvert að til eru bílhjól með mjög mismunandi fjölda teina. Í lengri athugunum okkar á bílunum í borginni tókst okkur að finna bíla með þrjá til tólf teina á hjólunum. Það voru einnig nokkur bílhjól með enn fleiri teina.

2.1 Evklíðsk smíði nokkurra reglulegra marghyrninga

Smíða má suma reglulega marghyrninga með einungis reglustiku og hringfara. Til að kynna þessi verkefni fyrir nemendum á nýstárlegan og óhefðbundinn hátt er stungið upp á að nota smíðarnar sem verkefni til þess að endurteikna hjólið frá myndinni, eða mögulega, frá bílastæðunum fyrir framan skólann yfir á vinnublaðið.

Verkefni 1

Á myndinni (mynd 1) getur þú séð bílhjól með sex teinum. Endurteiknaðu hjólið með teinum á vinnublaðið þitt. Þvermál felgunnar er 12 cm.



Mynd 1: Bílhjól með sex teinum

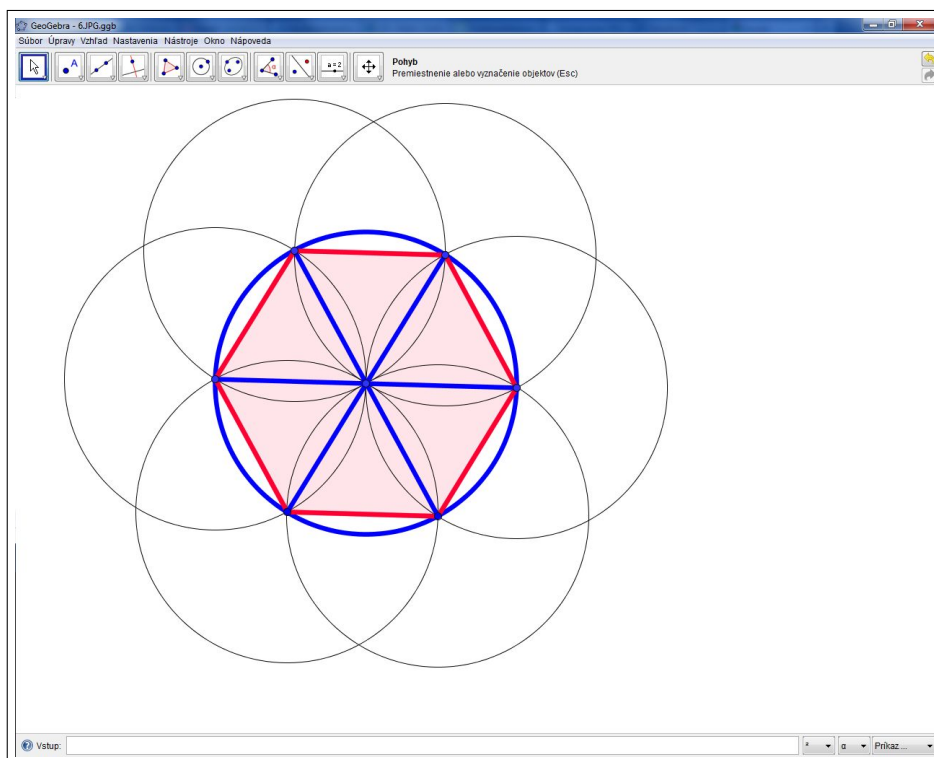
Lausn:

Það er mikilvægt að nemendurnir átti sig á því að teinar hjólsins eru af sömu lengd. Þeir eru línustrik með einn endapunkt í miðju hjólsins og annan á felgunni. Endapunktur teinanna sem liggja á felgunni eru, að því er virðist, samhringja (liggja á sama hring) með sömu fjarlægð milli tveggja samliggjandi punkta (Mynd 2).



Mynd 2: Reglulegur sexhyrningur á sex-teina bílhjólinu

Þetta þýðir að verkefni nemandanna er að smíða reglulegan sexhyrning innritaðan í hring með 12cm þvermál. Um er að ræða Evklíðska smíði sem notar einungis hringfara. Línustrikin sem tengja miðju reglulega sexhyrningsins við hvern hornpunkt ásamt umritaða hringnum um reglulega sexhyrninginn mynda bílhjólið sem nemendurnir eiga að teikna. Á mynd 3 er það táknað með bláum lit



Mynd 3: Reglulegur sexhyrningur teiknaður í GeoGebru

Verkefni 2

Á myndinni (mynd 4) sérðu bílhjól með þremur teinum. Endurteiknaðu hjólið með teinunum á vinnublaðið þitt. Þvermál felgunnar er 10 cm.

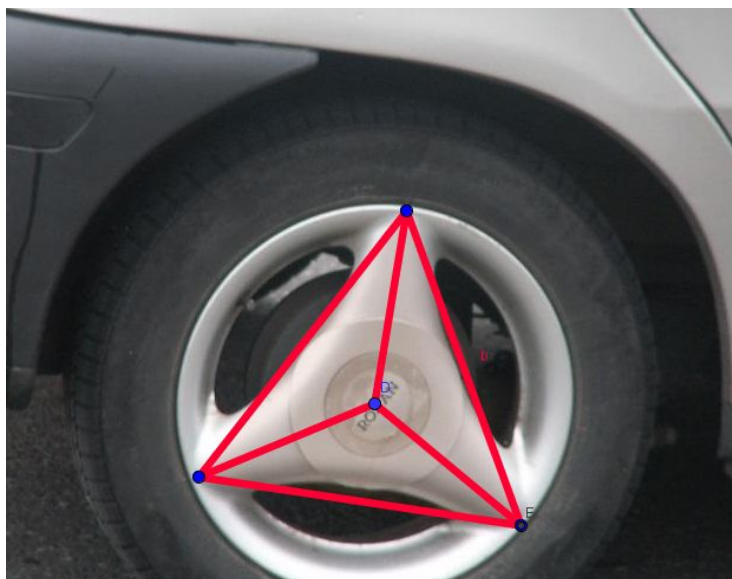


Mynd 4: Bílhjól með þremur teinum

Lausn:

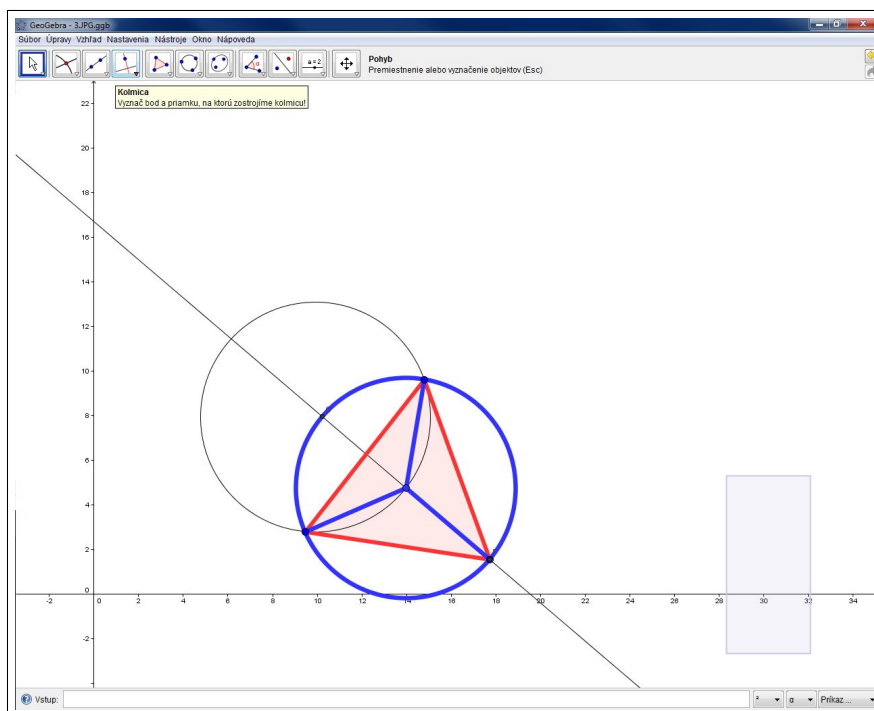
Rúmfræðiverkefnið, sem er fólgið í þriggja-teina hjólaverkefninu, er að innrita jafnhliða þríhyrning í hring með 10 cm þvermál og finna miðlínur hans. Miðja hringinsins er þungamiðja þríhyrningsins

- punkturinn sem miðlínur þríhyrningsins skerast í. Myndrænt séð eru teinarnir lengri hlutar miðlínanna út frá þungamiðjunni (Mynd 5).



Mynd 5: Jafnhliða þríhyrningur á þriggja-teina bílhjóli

Við smíði jafnhliða þríhyrningsins, sem innritaður er í hring með 10 cm þvermáli, notum við hring með sama þvermál, hornréttu línuna og eiginleika miðlínanna og þungamiðju þríhyrningsins. Eins mynda línustrikin, sem tengja miðju jafnhliða þríhyrningsins við hvern hornpunkt þess, ásamt hringnum, sem er umritaður um jafnhliða þríhyrninginn, bílhjólið sem nemendurnir eiga að teikna skv. verkefninu (merkt með bláum lit á mynd 6).



Mynd 6: Jafnhliða þríhyrningur teiknaður í GeoGebru

Á svipaðan hátt má búa til verkefni með sömu fyrirmælum fyrir aðra reglulega marghyrninga sem teikna má með Evklíðskri myndsmíð. Þau eru miserfið og eru því ekki einskorðuð við grunn- og framhaldsskóla, heldur má einnig nota þau sem verkefni fyrir stærðfræðinema í háskóla.



Mynd 7: Aðrir reglulegir marghyrningar á bílhjólum

2.2 Samhverfuásar reglulegs marghyrnings

Eftir því hvað við höfum marga hornpunkta hafa reglulegu marghyrningarnir nokkra samhverfuása. Ef fjöldi hornpunktanna er oddatala þá fara allir samhverfuásarnir í gegnum hornpunkt og miðpunkt gagnstæðu hliðarinnar. Ef fjöldi hornpunktanna er slétt tala fer helmingur samhverfuásanna í gegnum gagnstæða hornpunkta og hinn helmingurinn í gegnum miðpunkta gagnstæðra hliða marghyrningsins.

Verkefnin um samhverfuása reglulegra marghyrninga á bílhjólum eru sett fram á þann hátt sem styður við stigvaxandi og undirmeðvitaðan skilning á ofan nefndum staðhæfingum.

Verkefni 4

Fylltu inn í myndirnar af bílhjólunum eins nákvæmlega og þú getur. Haltu fjarlægðinni milli teinanna jafri.



Mynd 8: Reglulegir marghyrningar fyrir samhverfuásaverkefnið

Lausn:

Til þess að fylla inn í myndina þannig að hún verði sem nákvæmest þurfa nemendurnir að átta sig á því að þeir eiga að vinna með teinana sem eru sýnilegir ásamt helmingi samhverfuása reglulegra marghyrninga. Myndirnar í verkefninu eru valdnar þannig að þær hylja oddatölu og sléttan fjölda af hornpunktum svo nemendurnir ættu að gera greinarmun á þeim þegar þau fylla inn í myndina með hjálp ásana.

3 Snertlar

Þegar bíll er keyrður gerist það stundum að lítill steinn skýst af hjóli bílsins sem er fyrir framan og lendir á aftari bílnum (á framgluggann, eða mögulega, framan á bílinn þinn) og skemmir hann hugsanlega.

Verkefni 5

Á myndinni er bíllinn þinn og hjól bíls sem er fyrir framan þinn bíl. Teiknaðu aurbretti fyrir hjólið á bílnum fyrir framan þig þ.a. steinarnir sem skjótast af afturhjólinu lendi ekki á framglugga bílsins þíns.



Mynd 9: Vinnublað nemanda fyrir Verkefni 4

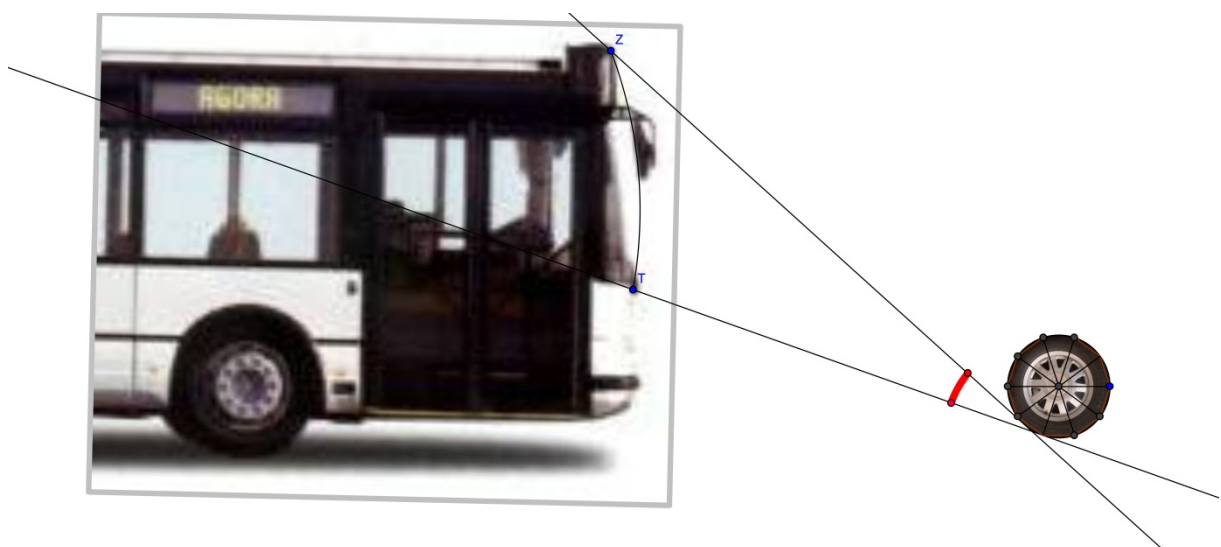
Lausn:

Að leysa þetta verkefni með algebru er frekar erfitt fyrir nemendur grunn- og framhaldsskóla. Hinsvegar er auðvelt að leysa það á myndrænan máta.

Það er vel þekkt staðreynd úr eðlisfræði að hlutur sem er á hringlegri hreyfingu ferðast áfram eftir beinni línu í stefnu snertils hringsins ef krafturinn sem verkar á hann, og hélt hringlegu hreyfingunni við, er fjarlægður. Meðan bíllinn er á ferð er steinninn sem er fastur í hjólbarðamynstri hjólsins á stöðugri hringhreyfingu. Á því augnabliki er steinninn skýst af, ferðast hann eftir braut fleygboga vegna áhrifa þyngdarsviðs jarðarinnar. Til að einfalda verkefnið sleppum við því að taka tillit til þyngdarsviðs jarðar sem þýðir að steinninn fylgir stefnu snertilsins í þeim punkti sem hann skýst af.

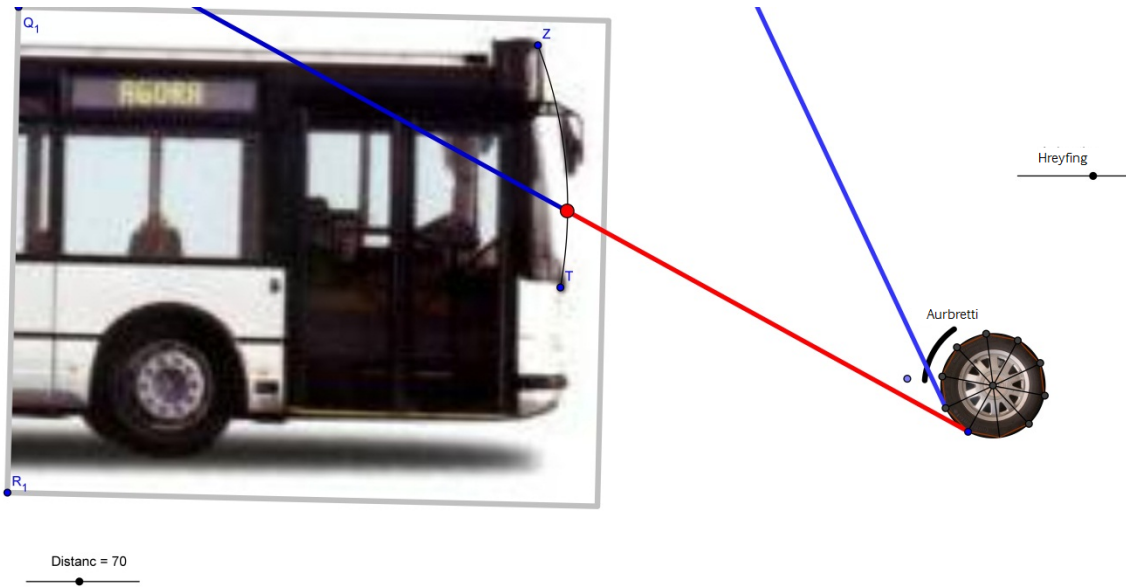
Verkefni nemendanna er að teikna nokkra snertla við hjól bílsins sem er fyrir framán okkar bíl. Þannig finna nemendurnir út hvaða steinar geta mögulega lent á framglugga bílsins okkar..

Til þess að finna nákvæma lausn á verkefninu er nauðsynlegt að smíða snertla bílhjólsins sem fara í gegnum botn og topp framgluggans. Punktarnir milli þessara tveggja snertilpunkta er svæðið sem aurbrettið ætti að hylja.



Mynd 10: Nákvæm lausn verkefnisins

Við bjuggum til smáforrit fyrir þetta verkefni í rúmfræðiforritinu GeoGebra.



Mynd 11: Forritið sem búið var til fyrir Verkefni 5

4 Niðurstaða

Verkefnin í þessari grein voru gerð sem hjálpartæki og innblástur handa stærðfræðikennurum sem þeir geta notað í kennslu sinni. Nota má myndirnar af bílhjólunum í kennslu á ýmsum viðfangsefnum rúmfræðinnar, t.d. smíði jafnhliða þríhyrnings, eiginleikum reglulegs marghyrnings, Evklíðskrar myndsmíði reglulegs marghyrnings, samhverfuásam og einnig mikilvægi snertla í grunn- og framhaldsskólum. Ennfremur má nota verkefnin í námskeiðum um aðferðafræði handa verðandi stærðfræðikennurum sem sýnidæmi um það hvernig búa má til eigin nýstárleg og óhefðbundin verkefni fyrir nemendur. Möguleg viðbót á þessu verkefni getur verið að nota bílhjólin fyrir myndsmíði reglulegra stjörnu-marghyrnings, svo sem fimmstirnings og sexstirnings.

Heimildir

- [1] Burjan, V., Hrdina, Ľ., Maxian, M. *Prehľad matematiky pre žiakov stredných škôl*, Exam, Bratislava, 2002, ISBN 80-968298-7-4
- [2] Čermák, P., Červinková, P. *Zmaturuj z matematiky*, Didaktis, Bratislava, 2004, ISBN 80-89160-01-8
- [3] Kuzma, J., Reiterová, M. *Matematika základnej školy v kocke: Príprava na prijímacie skúšky na stredné školy*, Príroda, Bratislava, 2011, ISBN 978-80-07-01899-0
- [4] http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/2stzs/isced2/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced2.pdf(11. júlí 2011)
- [5] http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced3a.pdf(11. júlí 2011)