Kreation dynamischer Geometrie Konstruktionen als Kompositionswerkzeuge in Kunst und Fotografie

Evgenia Sendova, Toni Chehlarova

Mathematik und Informatik Institut, Bulgarische Akademie der Wissenschaften

I. Einleitung

Sehen ist nicht so leicht wie es scheint
Ad Reinhardt

Viele Künstler behaupten, dass sie ihre Werke nicht erklären könnten, sondern dass ihre Bilder nur aus der Inspiration heraus entstanden sind. Der Begründer der Abstrakten Kunst Vassily Kandinsky erklärt in seinem Buch „Über das Geistige in der Kunst" jedoch seine Theorie über das Malen und fasst so die Ideen zusammen, welche seine Zeitgenossen beeinflusst haben. Er macht die mutige Vorhersage, dass *wir uns schnell der Zeit von Vernunft geleiteten und bewussten Kompostionen nähern, wenn der Maler stolz sein wird seine Arbeit als konstruktiv zu deklarieren.*

Um die Motivation von Kunstinteressierten SchülerInnen Geometrie zu lernen zu steigern, könnten wir auf die starke Verbindung von Ästhetik von künstlerischen Werken und einiger geometrischer Prinzipien verweisen. Wenn wir die Arbeiten von Kunstkritikern lesen, stoßen wir auf einige Begriffe wie *Harmonie, Stil, Rhythmus, Balance* (nicht unbedingt auf die besser definierten *Regeln, Symmetrie, Geometrie*). Vielleicht denken sie, dass wenn man die „Regeln" hinter der Balance einer Komposition enthüllen würde, dann würde das die Kunst trivialisieren. Für uns hingegen würde die Enthüllung mancher Muster und Regeln die Würdigung eines Beobachters sogar noch erhöhen. Die moderne bildende Kunst versucht über Dinge zu sprechen welche *gesehen werden,* was der Grund ist warum diese Sprache für viele nicht verständlich ist. Aber diese Sprache könnte besser gelernt werden, wenn wir versuchen würden es zusammen mit der Sprache der Geometrie zu erlernen.

Lasst uns einige relativ einfache geometrische Konstruktion betrachten, welche sich als nützlich erwiesen haben für kreieren und studieren von Balance in Kompositionen der bildenden Künste. Nachdem wir diese beschrieben haben, werden wir sie in einer dynamischen Softwareumgebung (in unserem Fall GeoGebra) ausführen um zu zeigen wie sie angewendet werden könnte um die verschiedenen Malereien (klassisch und eher moderne) zu erforschen.

II. Rabatment

Eine im 19ten Jahrhundert weit verbreitete Kompositionsmethode war das *Rabatment.* Diese Methode besteht darin die kürzere Seite des Rechtecks zu nehmen und es an die längere Seite zu platzieren (die kürzere Seite um die Ecke rotieren), um so Punkte entlang des Randes zu kreieren welche direkt mit dem Gemälde verbunden werden, sowie diagonal von diesen Punkten zu den Ecken. In einem Rechteck wo die die längere Seite horizontal liegt, gibt es ein sinngemäßes linkes und rechtes Quadrat; für ein Rechteck mit einer vertikalen längeren Seite, gibt es ein oberes und ein unteres Quadrat. In Kulturen, in welchen Menschen von links nach rechts lesen, fällt die Aufmerksamkeit hauptsächlich auf das linke Rabatment, oder auf die Linie, welche es auf der rechten Seite des Bildes formt (Abb.1).

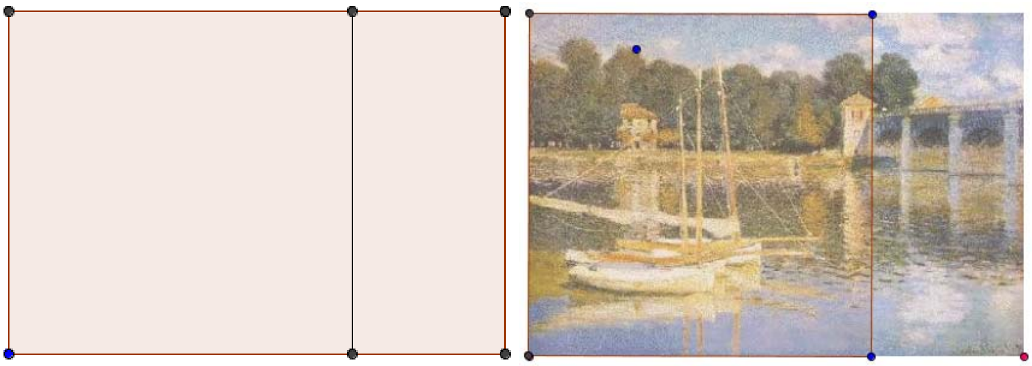
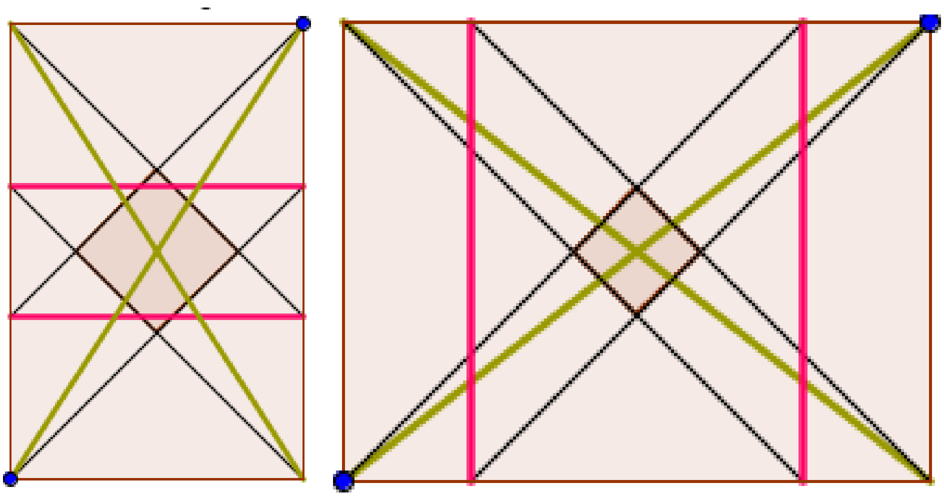


Abb. 1 Das linke Rabatment und seine Erscheinung in Monets Gemälde

Um eine noch stärkere Komposition zu erreichen, könnte man die Diagonalen des Rechtecks und der zwei Quadrate hinzufügen. Der Fokus der Aufmerksamkeit kann klar in dem Gemälde von Giotto gesehen werden in Abb.2.



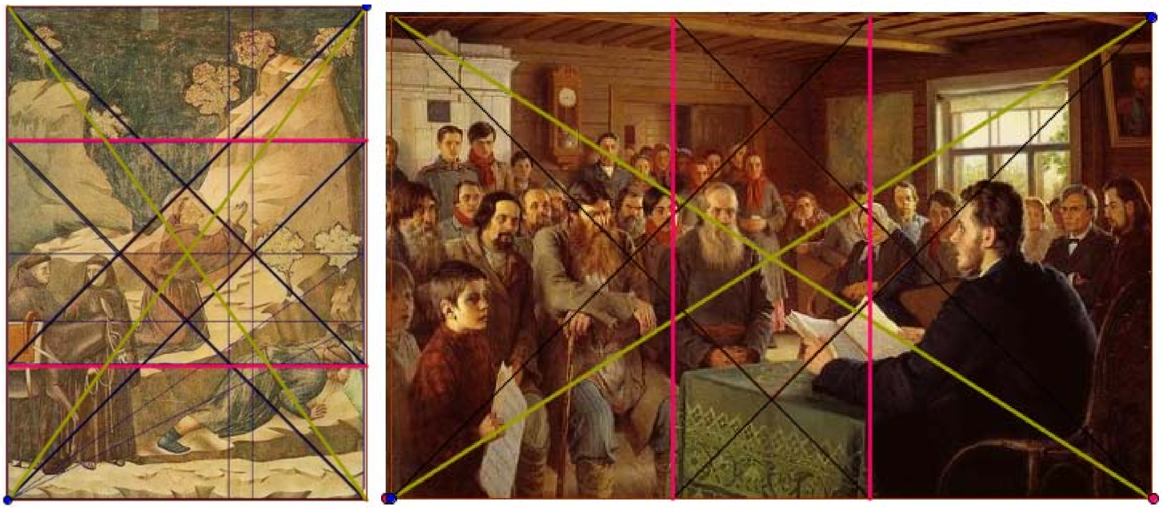
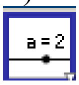


Abb. 2 Das Rabatment wie es in den Gemälden von Giotto und Bogdanov-Belsky angewendet wurde

Nun wollen wir ein dynamisches Rabatment in GeoGebra mit Hilfe einer Spezialfunktion seiner Symbolleiste konstruieren.

III. Kreieren einer Rabatment Funktion in GeoGebra

Wir beginnen mit der Konstruktion eines dynamischen Rechtecks. Das kann durch mehrere Wege erfolgen doch für unsere Zwecke werden wir zwei verwenden, welche sich, wie sich herausstellt, am besten für die Rabatment Funktion eignen.
Erste Methode – wir konstruieren als unabhängige Objekte eine Ecke des Rechtecks (Punkt *A*) und zwei Schieberegler für die Breite von *a* und die Länge von *b* mit Hilfe des Knopfes 

und legen ein Intervall von [1, 10] fest.

Wir definieren den Punkt *B* (die gegenüberliegende Ecke des Rechtecks) durch Eingabe des folgenden Befehls:

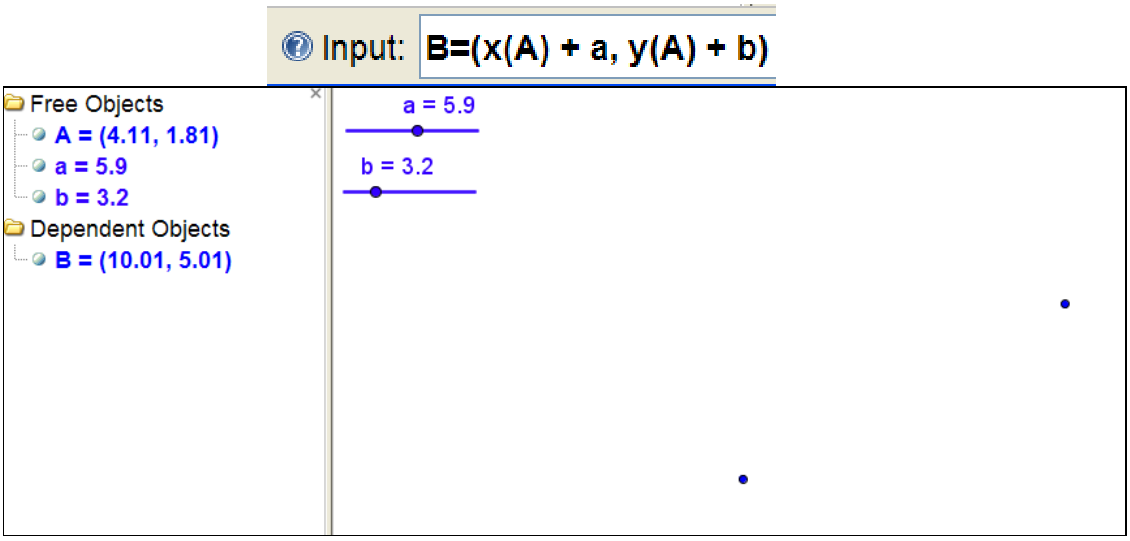
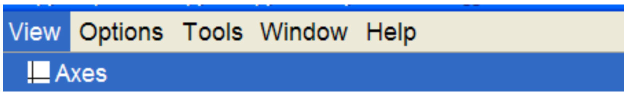
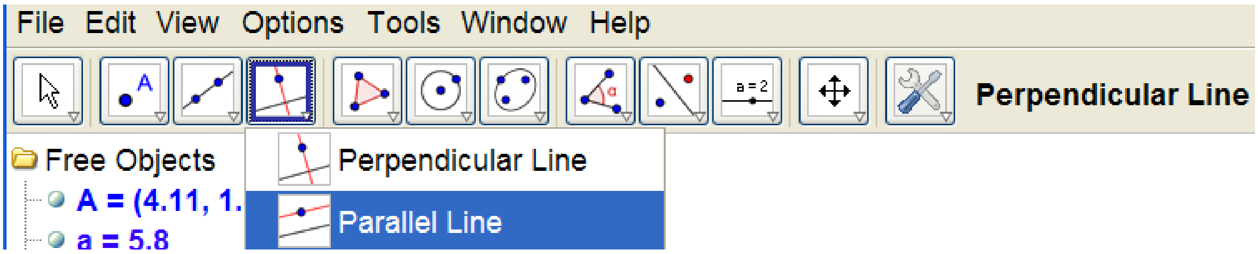


Abb. 3 Konstruktion von zwei Gegenüberliegenden Eckpunkten eines Rechtecks

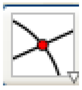
Als nächsten Schritt konstruieren wir Geraden durch *A* und *B* parallel zu den Koordinatenachsen indem man zuerst das Koordinatensystem sichtbar macht:



Und dann drückt man das Symbol für eine parallele Gerade:

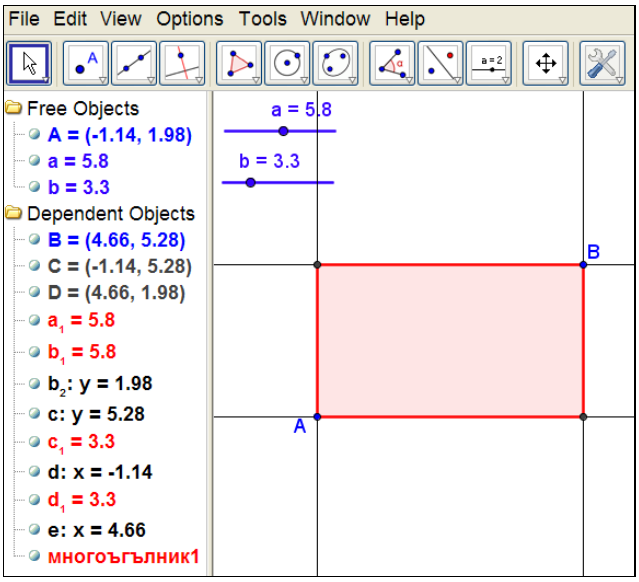


Dabei klickt man zuerst auf den Punkt durch welche die Gerade verlaufen soll und dann auf die Achse zu welcher sie parallel sein soll.

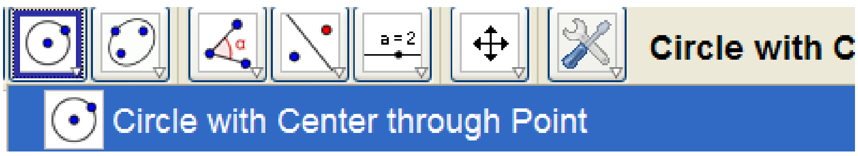
Die verbleibenden zwei Eckpunkte des Rechtecks erhält man durch die Schnittpunkte der Geraden, das heißt durch Klicken dieses Symbols  und fortlaufend auf die Geraden.

Als nächstes konstruieren wir ein Viereck mit Hilfe dieses Buttons 

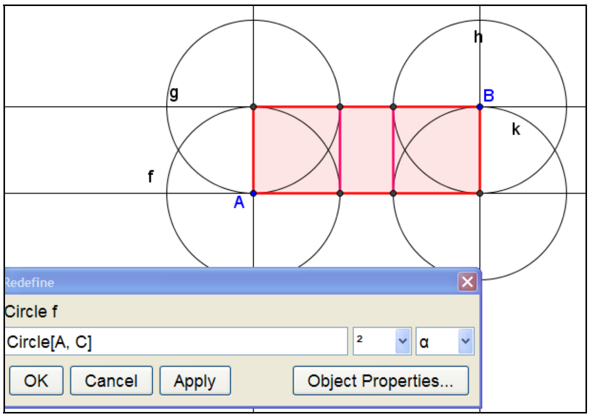
mit den vier Punkten als Eckpunkte. Auf diese Weise haben wir ein Objekt konstruiert (polygon1) mit den Seiten a_1, b_1, c_1, d_1.

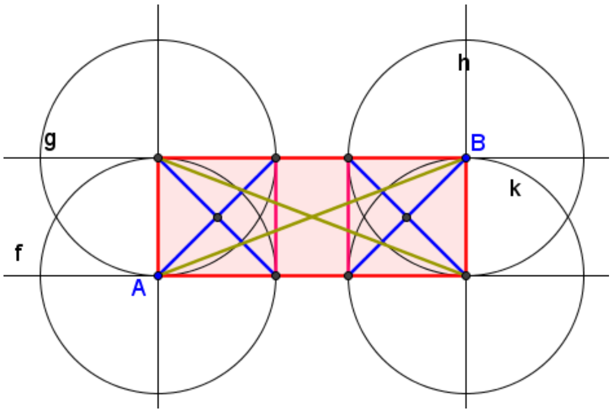


Sei $b < a$. Jetzt konstruieren wir Kreise mit den vier Eckpunkten des Rechtecks als Mittelpunkte und mit Radius *b*- die Länge der kürzeren Seite des Rechtecks. Dafür verwenden wir den folgenden Button um einen Kreis durch seinen Mittelpunkt sowie einen Punkt am Kreis zu definieren (der Punkt ist das andere Ende der Seite *b*):

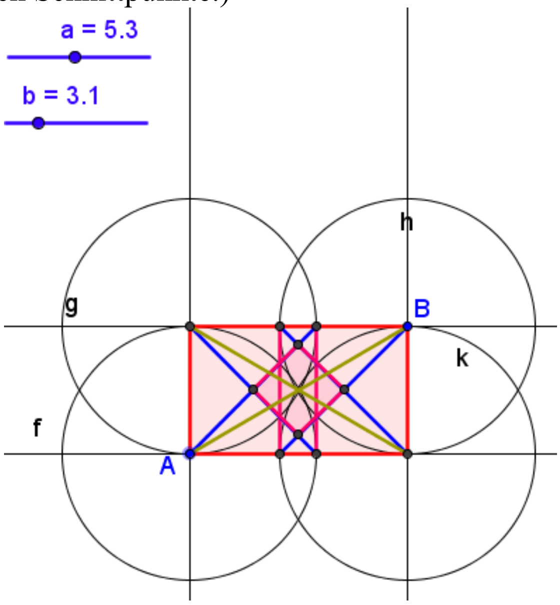


Durch die Schnittpunkte der Kreise mit einer Seite des Rechtecks konstruieren wir zwei Rabatment Segmente. Dann vervollständigen wir die Konstruktion mit den Diagonalen.

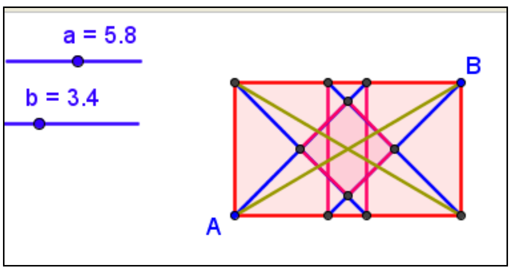


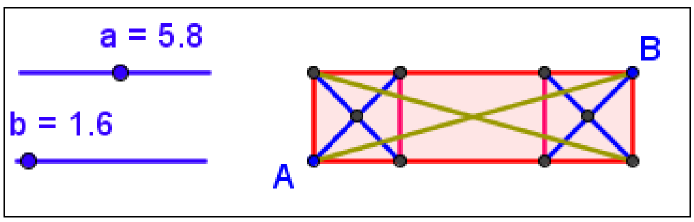


Was noch fehlt ist die Konstruktion des Quadrates im Zentrum welches Auftritt wenn $b < a < 2b$ gilt. (Wenn notwendig, bewegen wir den Schieberegler und konstruieren dadurch die für das Quadrat nötigen Schnittpunkte.)

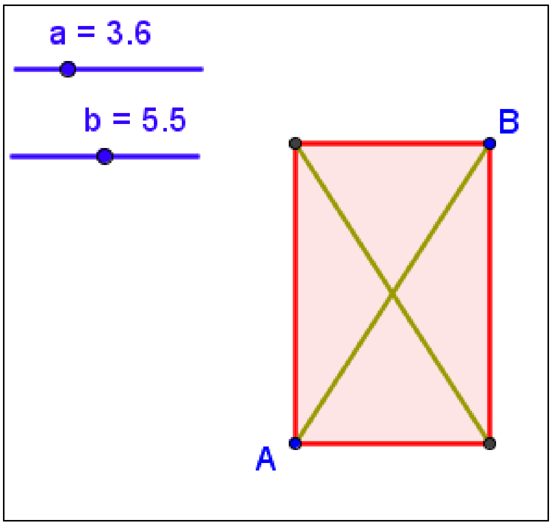


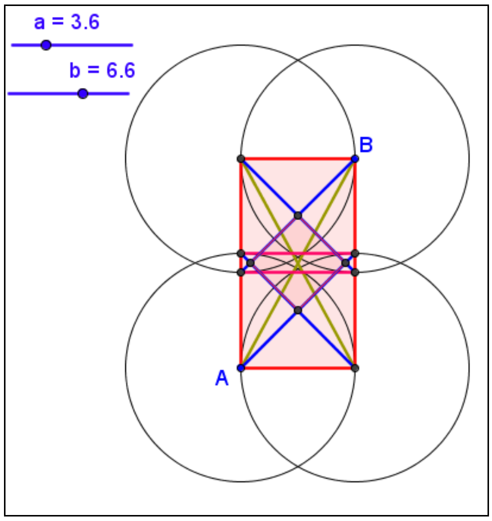
Wir verstecken die Hilfsobjekte (die Geraden und Kreise) und untersuchen die Konstruktion für verschieden Werte von a und b.





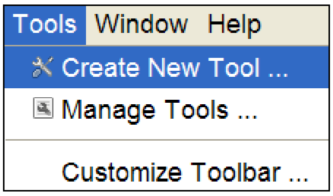
Es ist klar das, wenn $a < b$ gilt, nur ein Teil der Konstruktion erhalten bleibt. Wir machen eine ähnliche Konstruktion um so die Konstruktion auch für ein Rechteck mit einer kürzeren Basis funktionstüchtig zu machen.



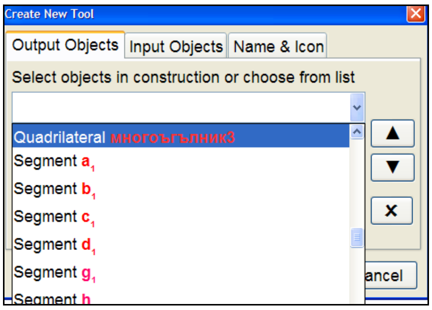


Nachdem die Hilfsobjekte versteckt sind, erhalten wir eine fertige Konstruktion für unsere Untersuchungen.

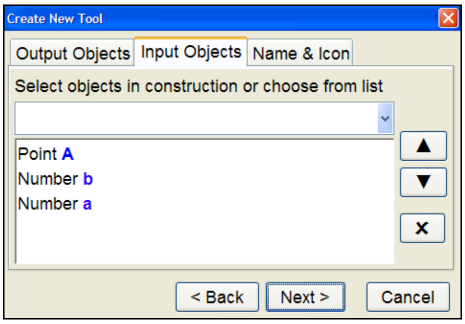
Um die Handhabung zu erleichtern werden wir der Symbolleiste ein neues Werkzeug hinzufügen, nämlich einen Rabatment Button. Hier sieht man wie man ein neues Werkzeug kreieren kann:



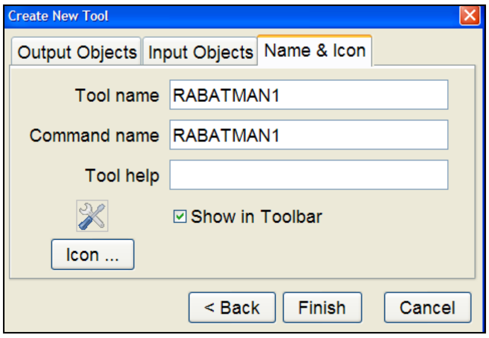
Wir wählen die Objekte für die Rabatment Konstruktion aus (Segmente und Polygone):



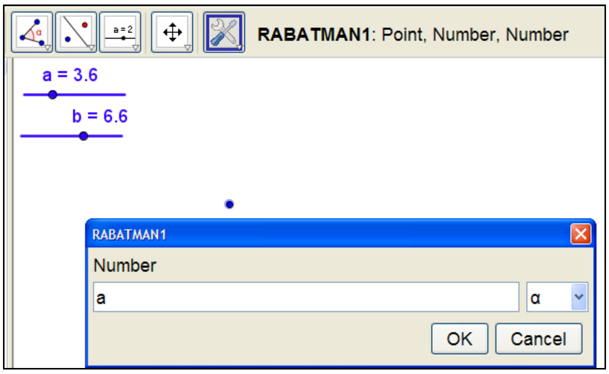
Die Eingaben werden automatisch eingefügt (in unserem Fall ein Punkt und zwei Zahlen):



Wir benennen den Button (später könnten wir noch ein passendes Symbol hinzufügen):

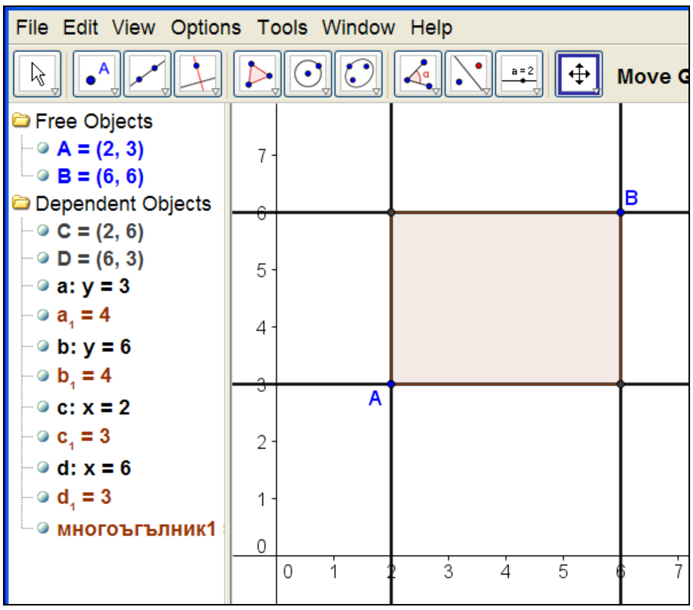


Der Button wurde erfolgreich kreiert. Nachdem man auf den Button geklickt hat, müssen wir einen Punkt, eine Zahl (dafür verwenden wir den Schieberegler *a*), und eine weitere Zahl (den Schieberegler *b*) eingeben.



Dann erscheint die Rabatment Konstruktion auf dem Bildschirm.

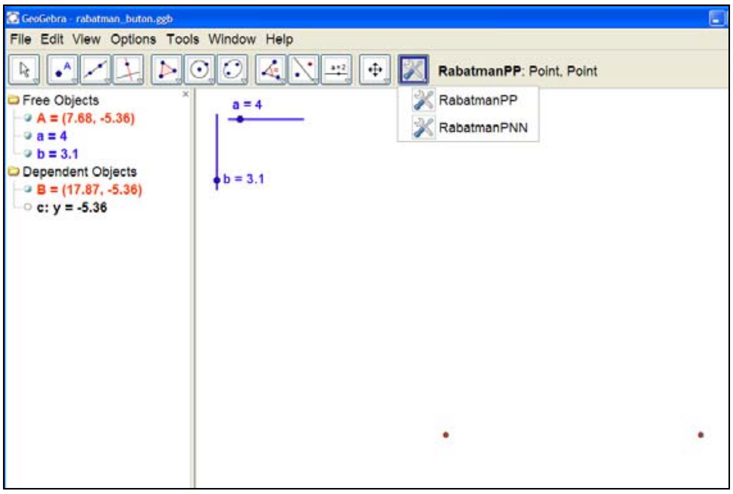
Zweite Methode – zwei Punkte, die Endpunkte einer Diagonale eines Rechtecks, werden als unabhängige Objekte konstruiert. (Wenn wir das Verhältnis der Segmente untersuchen wollten, sollten wir zusätzlich ihre Längen anzeigen.) Danach fahren wir ähnlich der *ersten Methode* fort und konstruieren ein Rechteck in welchem die Punkte *A* und *B* frei beweglich sind.



Es ist günstig die zwei Rabatment Buttons in der selben GeoGebra Datei zu konstruieren (mit den Namen RabatmanPNN und RabatmanPP nach den nötigen Eingaben für die jeweilige Konstruktion– einen Punkt und zwei Zahlen im ersten Fall, und zwei Punkte im zweiten Fall).

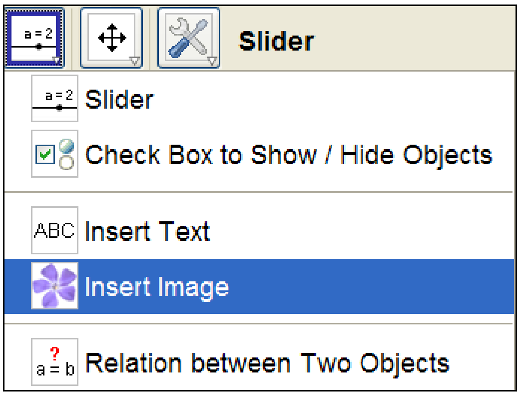
Dann löschen wir die zwei Konstruktionen.

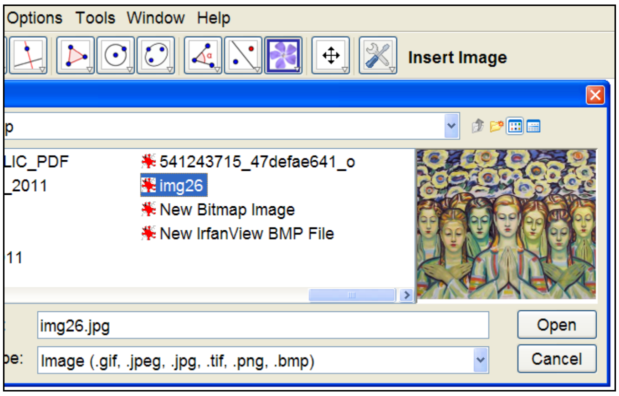
Zusätzlich konstruieren wir zwei Schieberegler für die Parameter des RabatmanPNN Buttons, und zwei Punkte um die Bilder zu positionieren.

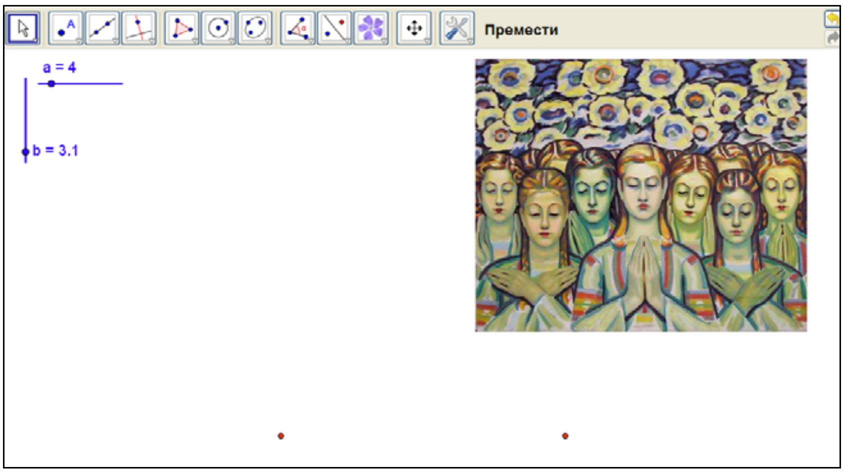


IV. Einfügen der Bilder in GeoGebra

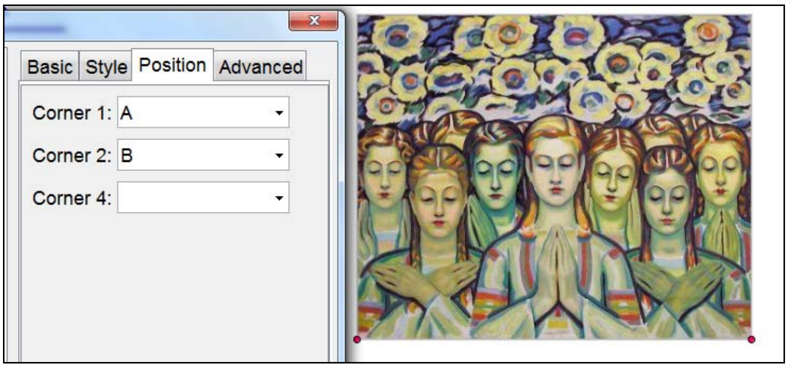
Um die jeweiligen Bilder zu untersuchen (welche zuvor als Grafik Datei gespeichert wurden) werden wir sie zuerst durch den Button *Bild einfügen* in GeoGebra einfügen:



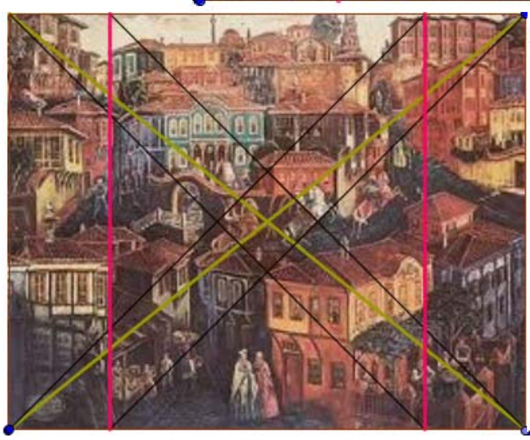


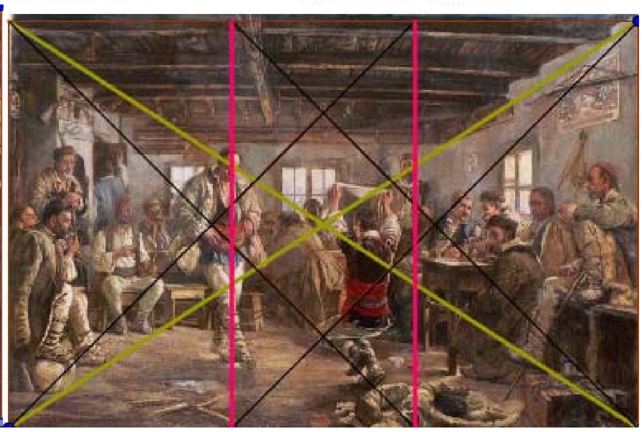


Um die Größe des eingefügten Bildes anzupassen und gleichzeitig die Proportionen zu erhalten, ist es günstig zwei der Eckpunkte des Bildes mit zwei bereits konstruierten Punkten zu verbinden, wie beispielsweise mit A (einem freien Objekt) und B – auf einer horizontalen Geraden durch A (parallel zur x-Achse).



Danach können wir den Rabatment Button verwenden, platzieren die Rabatment Konstruktion auf das Bild und halten nach interessanten Eigenschaften der Komposition. Hier sind einige Experimente mit Arbeiten von einem der talentiertesten Bulgarischen Künstler des 20. Jahrhunderts Vladimir Dimitrov – der Meister.



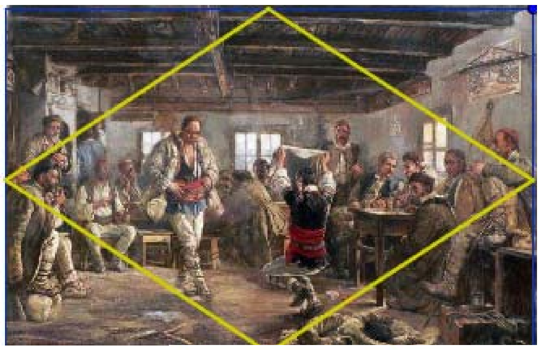


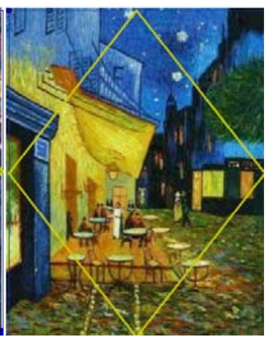
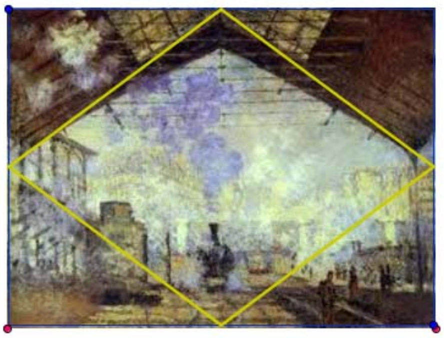
Jetzt könntest du noch einige andere Werke berühmter Künstler auf die Rabatment Kompositionsmethode untersuchen, wie etwa Delacroix, Ingres, David, Degas, Sargent, Henri, Cassatt.

V. Einige simplere geometrischen Konstruktion um Kunst zu untersuchen

a. Der zentrale Rhombus

Die Hauptidee (der logische Schwerpunkt) eines Gemäldes kann oft in einem Rhombus lokalisiert werden mit Eckpunkten in der Mitte der Seiten des Rechtecks:

Aufgabe 1. Konstruiere einen Rhombus Button in GeoGebra um die Bilder zu untersuchen.
Hinweis. Beginne mit der Konstruktion eines Rechtecks ähnlich der Rabatment Konstruktion.

b. Die Drittel-Regel

Die *Drittel-Regel* ist eine simple Methode welche nicht nur zum Untersuchen von Gemälden berühmter Künstler einlädt sondern auch dazu verwendet werden kann die eigenen Kompostionen weiterzuentwickeln und zu verbessern (wenn man Bilder malt oder auch fotografiert).

In der Abbildung unten ist ein Rechteck horizontal und vertikal durch vier Linien unterteilt. Die Drittel-Regel besagt, dass die interessanten Punkte für jedes beliebige Rechteck durch diese Linien bestimmt werden. Die Schnittpunkte dieser Linien werden von einigen Spezialisten als *Power Points* angesehen (die schwarzen Punkte in Abb. 3).

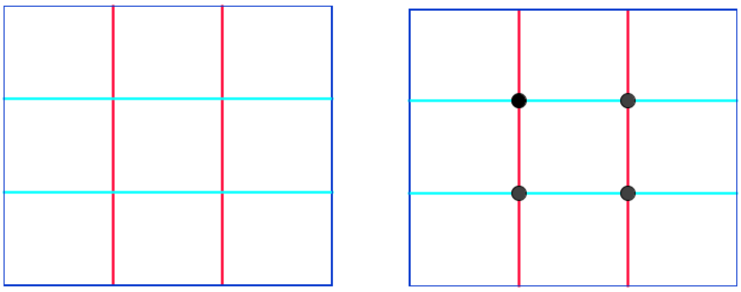
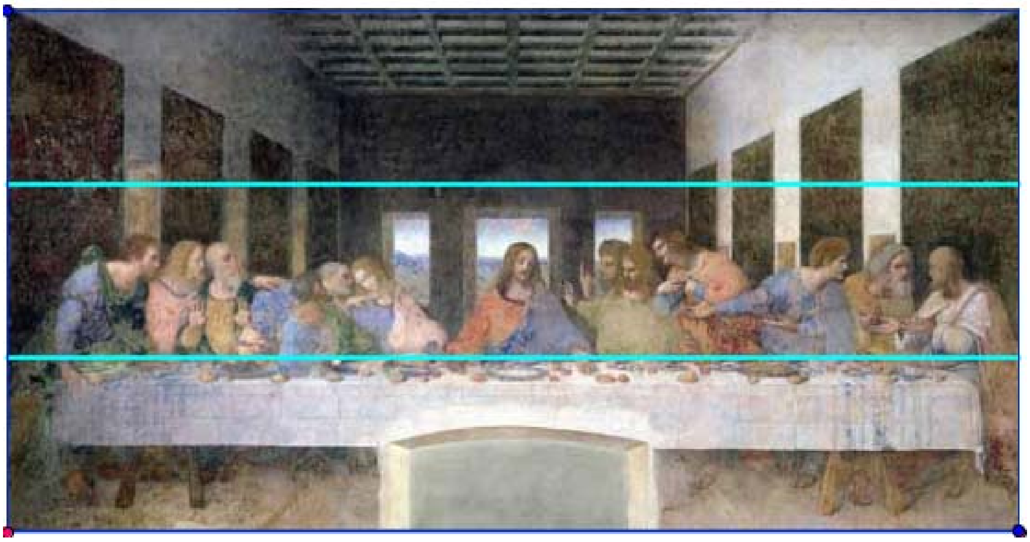
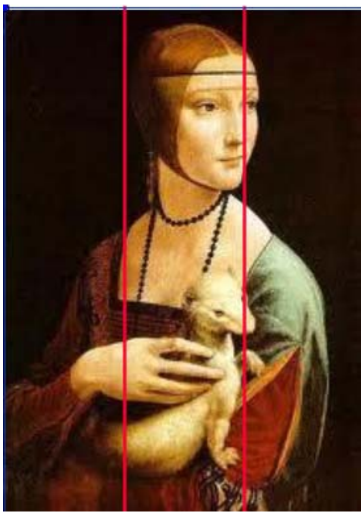


Abb. 3 Die Drittel-Regel und die Power Points

Hier sieht man die Drittel-Regel in Aktion (in der horizontalen Version):

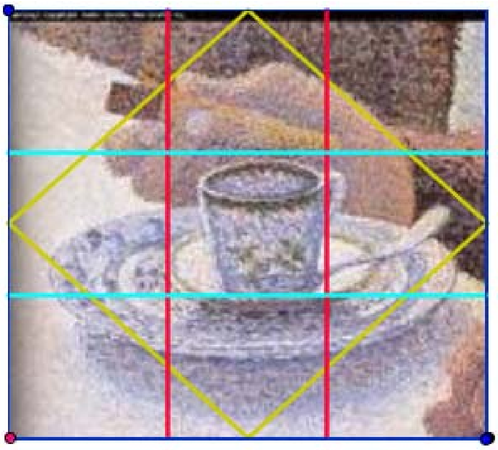


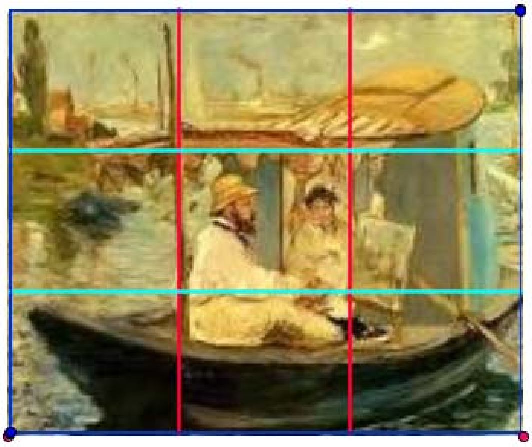
Und hier die vertikale Version:



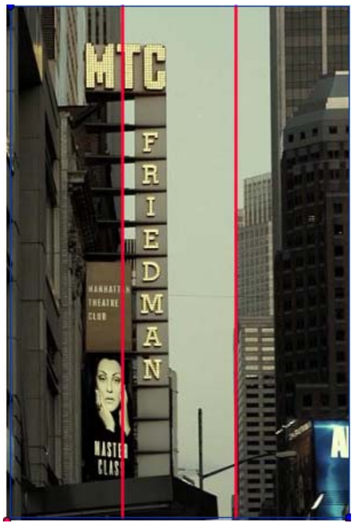
In beiden Gemälden ist der Kopf der Frau in dem zentralen Drittel des Rechtecks platziert, aber die Position der Hände definieren verschiedene Orientierungen der Rahmen.

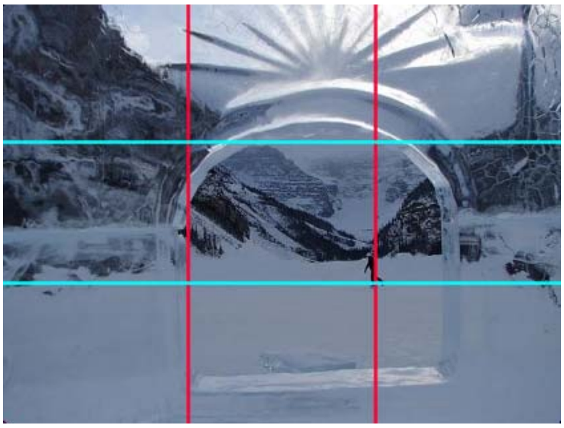
Wenn man die vertikalen und die horizontalen Linien gleichzeitig anwendet, so erhält man ein zentrales Quadrat, welches oft eine spezielle Rolle einnimmt. Hier sind zwei Beispiele zweier französischer Impressionisten:

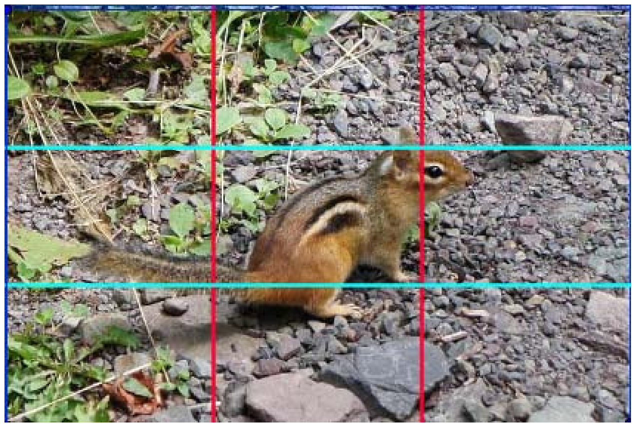




Diese Drittel-Regel kann auch leicht für die Fotografie angewendet werden- den Horizont etwa 1/3 vom oberen Ende oder 1/3 entfernt vom unteren Ende zu platzieren erzeugt eine attraktivere Komposition. Gleichermaßen kann man diese Regel auch für vertikale anstatt für horizontale Elemente verwenden.





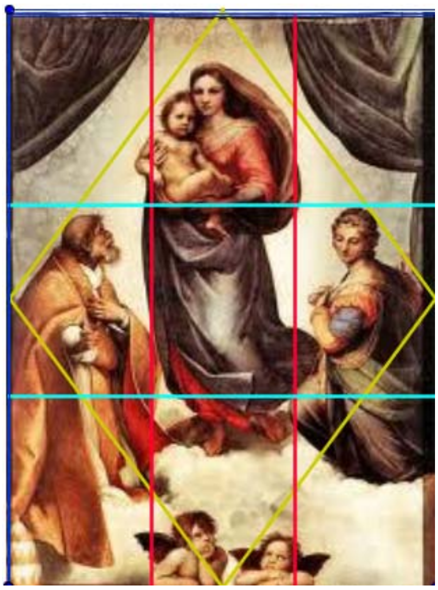


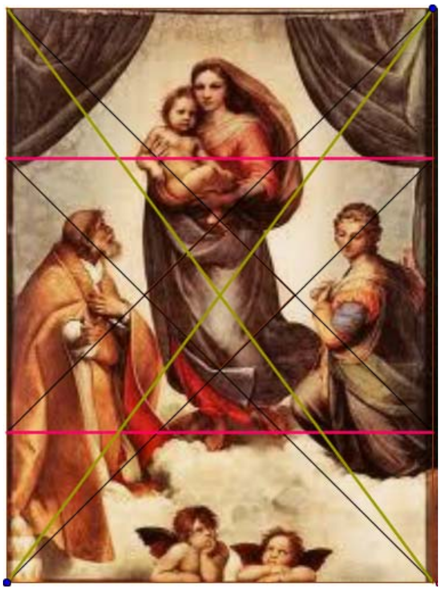
Aufgabe 2 Mache verschiedene Digitalfotos einer Szenerie und wende nur in einem die Drittel-Regel an. Erkläre welche der Versionen die balancierteste ist.

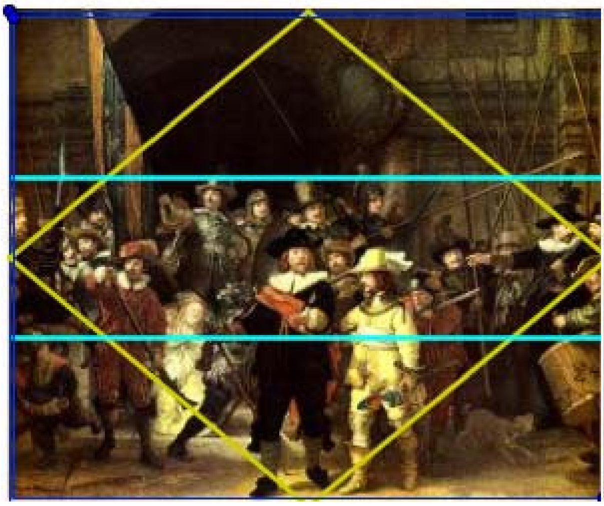
Aufgabe 3 Kreiere *Drittel* Buttons (eine vertikale und eine horizontale Version).

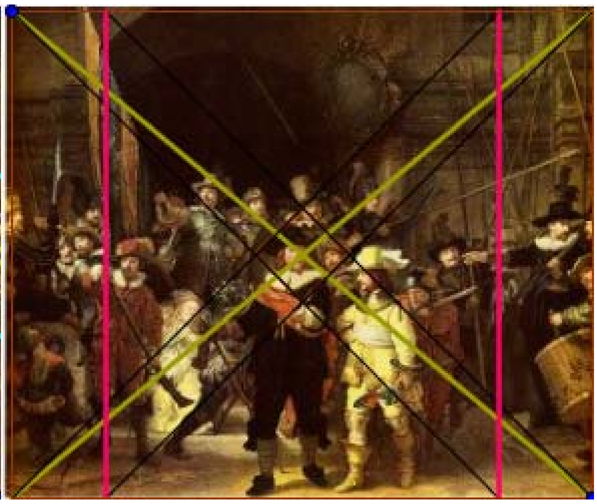
Aufgabe 4 Untersuche verschiedene klassische und moderne Gemälde mit Hilfe aller Kompositionsbuttons.

Hinweis. Füge Bilder von virtuellen Galerien im Internet ein mit Hilfe der Anweisungen in Abschnitt IV. Verwende fortlaufend die verschiedenen Kompositionsbuttons, zum Beispiel





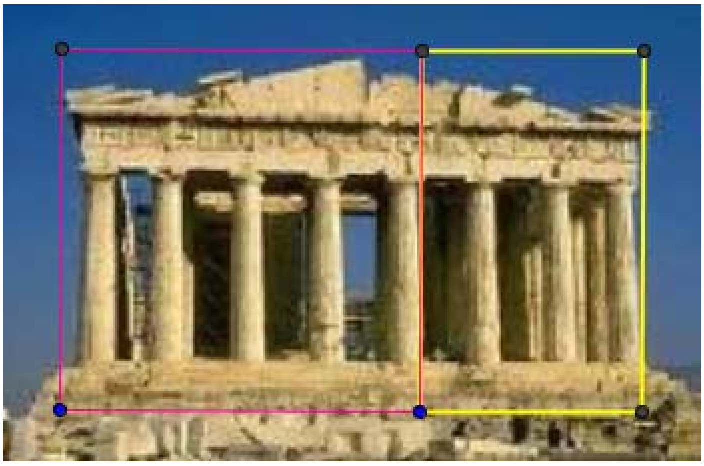




VI. Der Goldene Schnitt in der Kunst

Das wohl berühmteste mathematische Kompositionswerkzeug ist der *Goldene Schnitt*. Er ist definiert als Punkt welcher ein Segment in zwei Teile a und b teilt, wobei das Verhältnis des längeren Teils (a) zum ganzen ($a+b$) gleich dem Verhältnis des kürzeren Teils (b) zum längeren Teil (a) ist, das heißt $a/a+b = b/a$:

Dieses Verhältnis wird durch Φ bezeichnet. Ein Rechteck, dessen Seitenlängen im Verhältnis des Goldenen Schnittes Φ sind, wird *Goldenes Rechteck* genannt. Die Goldenen Rechtecke können etwa in Kompositionen von Künstlern und Architekten durchwegs durch die Geschichte gefunden werden. Hier sind einige Beispiele:



Üblicherweise finden wir den Goldenen Schnitt als ein einzelnes großes Rechteck gebildet durch ein Quadrat und ein weiteres Rechteck. Was jedoch einzigartig ist, ist das wir diesen Vorgang unendlich oft in jeder Sektion wiederholen können (Abb. 4).

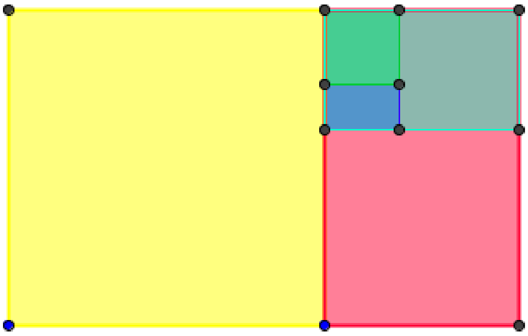


Abb. 4 Goldene Rechtecke

Wenn wir das große Quadrat auf der linken Seite wegnehmen, ist das was übrig bleibt noch immer ein Goldenes Rechteck usw.

Aufgabe 5. Konstruiere eine Sequenz eines Goldenen Rechtecks in GeoGebra (wie in Abb.4).

Hinweis. Konstruiere zuerst ein einzelnes Goldenes Rechteck wie folgt (Abb.5.):

1. Konstruiere ein Einheitsquadrat (blau).
2. Zeichne eine Strecke vom Mittelpunkt einer Seite zu einem gegenüberliegenden Eckpunkt.
3. Verwende diese Strecke als Radius eines Kreisbogens, welcher die längere Seite des Rechtecks definiert.

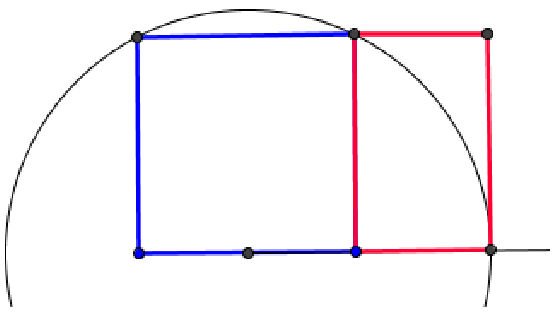


Abb. 5 Konstruktion eines Goldenen Rechtecks

Aufgabe 6. Konstruiere einen Kreisbogen von 90° in jedem Quadrat um eine Goldene Spirale wie in Abb.6 zu erhalten.

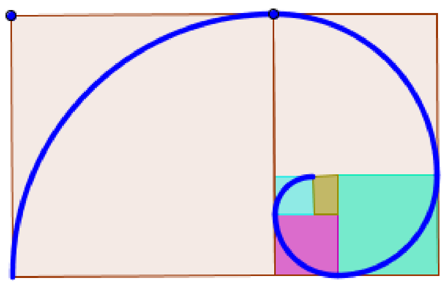


Fig. 6 Die Goldene Spirale

Aufgabe 7. Konstruiere die *Augen* des Goldenen Rechtecks (Abb.7) und kreiere einen entsprechenden Button um diese *Augen* einer Komposition zu lokalisieren.

Hinweis:

1. Zeichne die Diagonalen eines Rechtecks.
2. Vom Mittelpunkt zu jedem Eckpunkt konstruiere den Mittelpunkt jeder Halbdiagonalen.

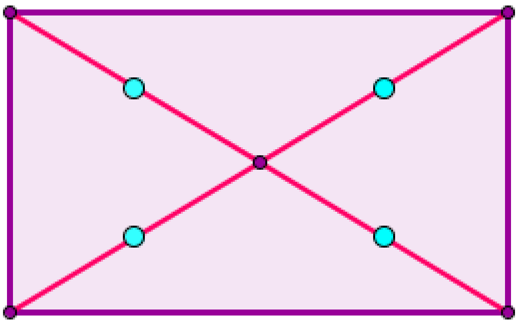
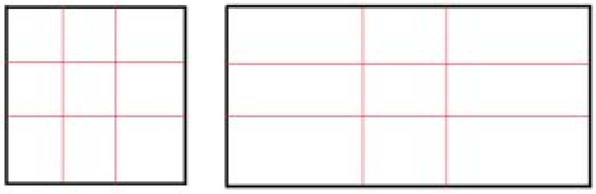


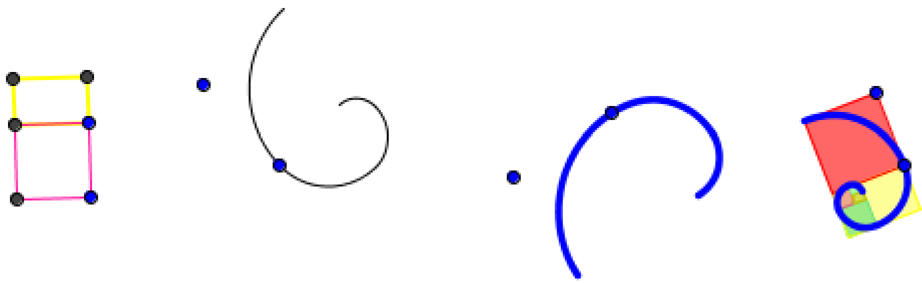
Abb. 7 Die *Augen* eines Rechtecks

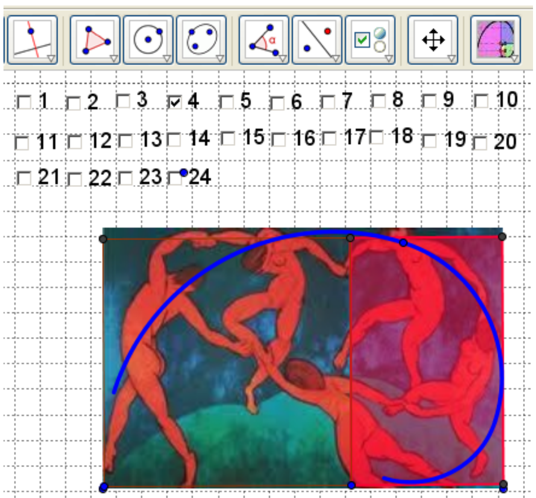
Diese Punkte—repräsentiert durch die blauen Punkte in Abb.7—werden *die Augen des Rechtecks* genannt.

Die Platzierung der Goldenen Schnitt Schnittpunkte variiert entsprechend der Leinwand Proportionen. Im ersten Format unten teilen die Goldenen Teile die Leinwand beinahe in Drittel, wohingegen im zweiten die Linien näher beim Zentrum liegen:



Aufgabe 8. Konstruiere Buttons basierend auf dem Goldenen Schnitt und untersuche die Gemälde im Ordner *Golden.* Beschreibe deine Beobachtungen.





Wenn du die Gemälde beschreibst wirst du ein spezielles Vokabular benötigen. Hier ist eine kleine Starthilfe:

Kunst Vokabular

Balance – kann symmetrisch, asymmetrisch oder radial sein
Betonung – der Teil des Bildes welcher deine Aufmerksamkeit auf sich zieht
Harmonie – bezieht sich auf das Zusammenspiel der verschiedenen Elemente
Bewegung – die Bewegung des Auges durch das Bild
Proportionen – das Verhältnis zwischen den Elementen, inklusive Verhältnisse wie der Goldene Schnitt
Rhythmus – die Platzierung der Elemente um ein *visuelles Tempo oder Schlagen* zu kreieren

VII. Dynamische Mini-Projekte

1. Mache ein Bild einer Szenerie auf zwei Arten um spezifische Ziele widerzuspiegeln. Untersuche das Resultat mit Hilfe von dynamischen Konstruktionen und bearbeite die Bilder passend durch zuschneiden.

2. Arrangiere ein Bild auf zwei Arten (nach zwei Kompositionsmethoden):
   - 6 Personen auf einer Geburtstagsparty an einem runden Tisch sitzend
   - eine Klasse bestehend aus 24 SchülerInnen und ihrer Lehrkraft
   - Blumen und Früchte
   - Parfüme und eine Werbung

Untersuche die Resultate mit dynamischen Konstruktionen und mache wenn nötig Korrekturen.

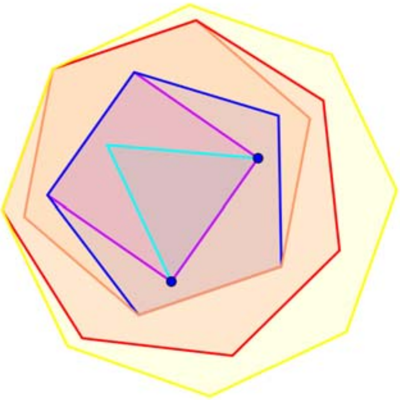
3. Entwirf eine Werbung auf zwei Arten:
   - deiner Schule
   - deines Hobbies
   - natürlichen Säften
   - einer Alten Stadt

Untersuche die Resultate mit dynamischen Konstruktionen und mache wenn nötig Korrekturen.

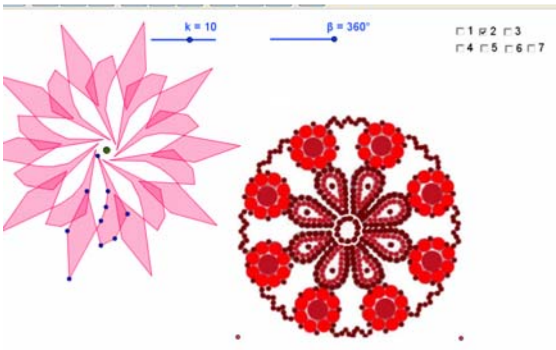
4. Entwirf ein Design auf je zwei Arten einer Einladung für:
   - ein Mathematik Fest (Physik, Musik, Sport)
   - einen Maskenball
   - eine Geburtstagsparty

Untersuche die Resultate mit dynamischen Konstruktionen und mache wenn nötig Korrekturen.

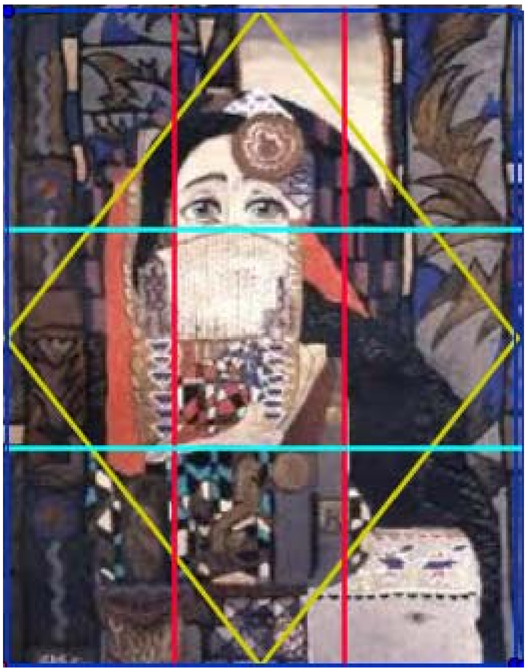
5. Kreiere eine dynamische Konstruktion im Stil des Künstlers Max Bill.

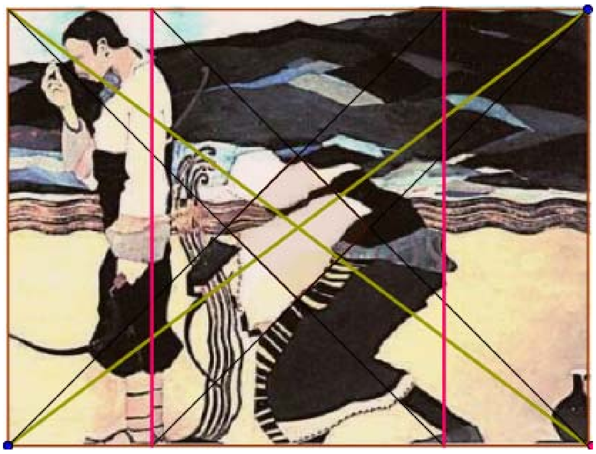


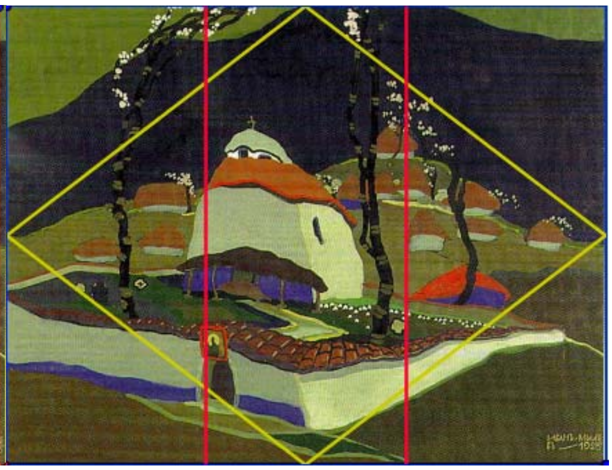
6. Untersuche rotierende dynamische Konstruktionen mit Hilfe von Schiebereglern um Modelle ähnlich den Bildern rotierender Objekte zu konstruieren.

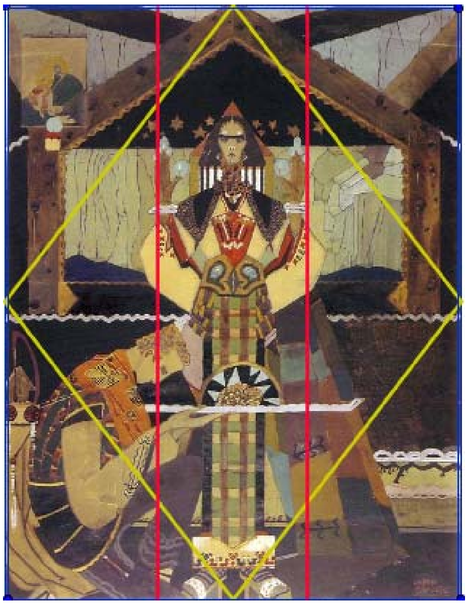


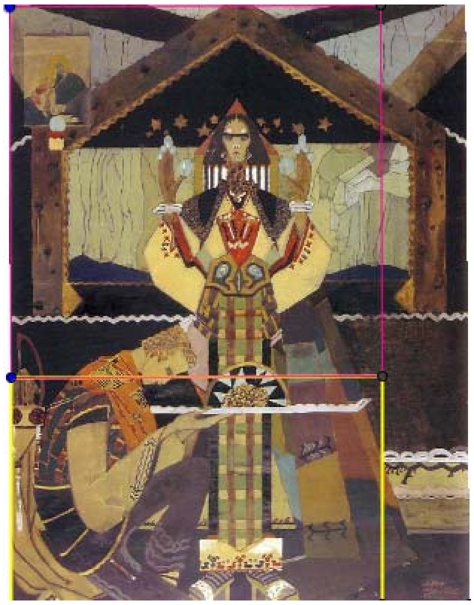
7. Kreiere Modelle von Objekten um dich herum basierend auf rotierender Symmetrie (Holzschnitzereien in Zimmerdecken, bestickte Tischtücher, etc.).
8. Finde Gemälde des bulgarischen Künstlers Ivan Milev und untersuche sie mit Hilfe der dynamischen Werkzeuge.
Hinweis: http://www.ivan-milev.com/











Verwendete Materialien

Chehlarova, **T., E. Sendova.** Stimulating different intelligences in a congruence context. In: Constructionist approaches to creative learning, thinking and education: Lessons for the 21st century. Proceedings for Constructionism 2010. The 12th EuroLogo conference. 16-20 August, Paris, France. 2010. ISBN 978-80-89186-65-5 (Proc) ISBN 978-80-89186-66-2 (CD)

http://dmentrard.free.fr/GEOGEBRA/art/ARTGEOGEBRA.htm

http://jmora7.com/Arte/arte.htm

http://www.dossantosdossantos.com/Arte/Arte_com_c%C3%B3nicas.html

Empfohlene Literatur

Stephen Skinner, *Sacred Geometry,* Sterling, New York/London, 2009

Priya Hemneway, *Divine Proportion*, Sterling Publishing, New York, 2005

Matila Ghyka, *The geometry of art and life*. New Dover publications, Ins, York

Mario Livio, *The Golden Ratio,* Broadway Books, New York, 2002

Scott Olsedn, *The Golden Section*, Walker&Company, New York, 2006