

Flieg, flieg, flieg ... und komm' mit Daten zurück

Andreas Ulovec

1 Wie war Dein Flug? Wie schnell, wie hoch, wie lange?

Während eines Fluges haben die Passagiere oft die Möglichkeit, den Flugverlauf auf Bildschirmen zu beobachten, dh. man weiß zu jedem Zeitpunkt wo das Flugzeug ist. Auch andere Daten werden dargestellt, zB die Höhe und die Geschwindigkeit des Flugzeugs. Aber selbst wenn diese Informationen während des Fluges verfügbar sind, können die meisten Passagiere Fragen wie „was war die Höchstgeschwindigkeit“, „wie lange hat es vom Gate bis zum Abheben gedauert“, „wie steil war der Steigflug“, „wie hoch wart Ihr“, „welche Entfernung habt Ihr zurückgelegt“, oder sogar „bist Du über Polen geflogen“ nicht beantworten. Kein Wunder, es werden eine Menge Informationen angezeigt, und man starrt einfach nicht die ganze Zeit auf den Bildschirm. Wenn Du interessiert dran bist, all diese Daten für eine spätere Analyse zur Verfügung zu haben (oder die dauernden Fragen „wie war der Flug“ von Deinen Eltern etc. beantworten willst), kannst Du einfach ein GPS-Gerät mitnehmen und es auf Datenaufzeichnung schalten. Hier werden wir zeigen wie diese Daten mit Hilfe von Excel und Google Earth angezeigt und analysiert werden können.

2 Datenerhebung

Daten können einfach erhoben werden, indem Du Dein GPS-Gerät auf Datenaufzeichnung schaltest. Da dies bei verschiedenen GPS-Geräten jeweils unterschiedlich funktioniert, werden wir das hier nicht im Detail vorführen. Eine Sache, auf die Du aufpassen solltest, ist, dass die Höhenmessung bei vielen Geräten durch Messung des Luftdrucks geschieht. Da Du aber (hoffentlich) in einer Druckkabine sitzt, wo der Luftdruck (außer bei Start und Landung) auf einem konstanten Wert, der etwa 2000 m Seehöhe entspricht, gehalten wird, würde Dir das keine sinnvollen Daten über Deine tatsächliche Flughöhe liefern. Die meisten Geräte kann man daher zwischen „Druckmessung“ und „Satellitenmessung“ umstellen. Obwohl man mit der Druckmessung (wenn sie eingestellt wurde) üblicherweise genauere Werte bekommt, was etwa fürs Wandern oder Radfahren nützlich ist, liefert sie hier falsche Daten.

Sobald Du die Daten eines Fluges (hier als Beispiel ein [Flug von Kopenhagen \[CPH\] nach Wien \[VIE\]](#)) aufgezeichnet hast, können wir sehen, was man damit machen kann:

Index	Zeit	Höhe	Tiefe	Temperatur	Teilstrecke	Fahrzeit	Geschw./Teil	Richtung/Teil	Position
1	21.07.2011 20:03:09	74 m			32 m	0:02:47	0.7 km/h	285° wahr	N55 37.732 E12 38.414
2	21.07.2011 20:05:56	51 m			13 m	0:00:34	1.4 km/h	106° wahr	N55 37.736 E12 38.385
3	21.07.2011 20:06:30	43 m			13 m	0:00:52	0.9 km/h	281° wahr	N55 37.734 E12 38.397
4	21.07.2011 20:07:22	41 m			13 m	0:00:22	2 km/h	2° wahr	N55 37.736 E12 38.385
5	21.07.2011 20:07:44	41 m			17 m	0:00:50	1.2 km/h	172° wahr	N55 37.743 E12 38.385
6	21.07.2011 20:08:34	38 m			5 m	0:00:20	0.9 km/h	265° wahr	N55 37.734 E12 38.387
7	21.07.2011 20:08:54	36 m			13 m	0:00:54	0.9 km/h	3° wahr	N55 37.733 E12 38.382
8	21.07.2011 20:09:48	36 m			11 m	0:00:25	2 km/h	185° wahr	N55 37.740 E12 38.383
9	21.07.2011 20:10:13	32 m			9 m	0:00:18	2 km/h	243° wahr	N55 37.734 E12 38.382
10	21.07.2011 20:10:31	29 m			3 m	0:00:24	0.5 km/h	222° wahr	N55 37.732 E12 38.374
11	21.07.2011 20:10:55	28 m			3 m	0:00:06	2 km/h	157° wahr	N55 37.731 E12 38.372
12	21.07.2011 20:11:01	27 m			28 m	0:00:22	5 km/h	184° wahr	N55 37.730 E12 38.373
13	21.07.2011 20:11:23	27 m			9 m	0:00:04	8 km/h	181° wahr	N55 37.715 E12 38.372
14	21.07.2011 20:11:27	25 m			8 m	0:00:04	7 km/h	189° wahr	N55 37.710 E12 38.372
15	21.07.2011 20:11:31	25 m			25 m	0:00:15	6 km/h	254° wahr	N55 37.705 E12 38.370
16	21.07.2011 20:11:46	20 m			3 m	0:00:02	6 km/h	248° wahr	N55 37.702 E12 38.348
17	21.07.2011 20:11:48	20 m			21 m	0:00:17	5 km/h	247° wahr	N55 37.701 E12 38.345
18	21.07.2011 20:12:05	17 m			7 m	0:00:45	0.6 km/h	37° wahr	N55 37.697 E12 38.326
19	21.07.2011 20:12:50	14 m			4 m	0:00:33	0.4 km/h	140° wahr	N55 37.700 E12 38.330
20	21.07.2011 20:13:23	14 m			37 m	0:00:15	9 km/h	115° wahr	N55 37.698 E12 38.333

Karte auf ausgewählten Elementen zentrieren
 Punkte: 551 Länge: 979 km Fläche: 7160 qkm Verstrichene Zeit: 1:44:31 Durchschnittsgeschwindigkeit: 562 km/h
 Links: Datei/URL:

Abb.1 GPS-Daten eines Fluges von Kopenhagen nach Wien

Obwohl hier theoretisch alle Daten vorhanden sind, um die obigen Fragen zu beantworten, sind sie nicht in einer Form, die einfach zu behandeln ist. Stell' Dir vor, Deine Eltern oder Freunde fragen Dich, „wie war Dein Flug“, und Du zeigst ihnen diese Tabelle als Antwort ...

Daten aus realen Situationen sind recht oft in einer Form, die zwar vernünftig oder praktisch sind für die Personen oder Geräte, die diese Daten erheben, aber nicht in einer Form, die es einfach macht, sie zu verstehen oder zu interpretieren. Ebenso häufig sind Daten in einer numerischen oder graphischen Form gegeben, man braucht also Mathematik, um sie so interpretieren, berechnen, oder darstellen zu können, dass man damit das herausfinden kann, was man wissen möchte.

3 Zeig' mir, wo ich geflogen bin

Eine der oben angegebenen Datenmengen liefert die Position des Flugzeugs im sogenannten WGS 84, dem *World Geodetic System* (aus dem Jahr 1984). Das ist ein Standard-Koordinatensystem für die Erdoberfläche (bzw. auch für die Atmosphäre), das es ermöglicht, jeden Punkt der Oberfläche (oder auch jeden Punkt in der Luft) durch eine Längen- und Breitengradinformation (und gegebenenfalls eine Höhe) zu beschreiben. Theoretisch kannst Du diese Information zB in Google Maps oder Google Earth eintippen und genau sehen, wo Du warst. Das ist aber mühsam. Die meisten GPS-Geräte werden mit einer Software geliefert, mit der Du die Daten des ganzen Fluges auf einer Karte darstellen kannst. Das obige Beispiel eines Fluges von Kopenhagen nach Wien könnte dabei so aussehen:



Abb.2 Flugroute mit *Garmin MapSource*

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Daten in Google Earth einzuspeisen. Dies ergibt eine Menge an Möglichkeiten, von denen wir einige weiter unten zeigen werden.

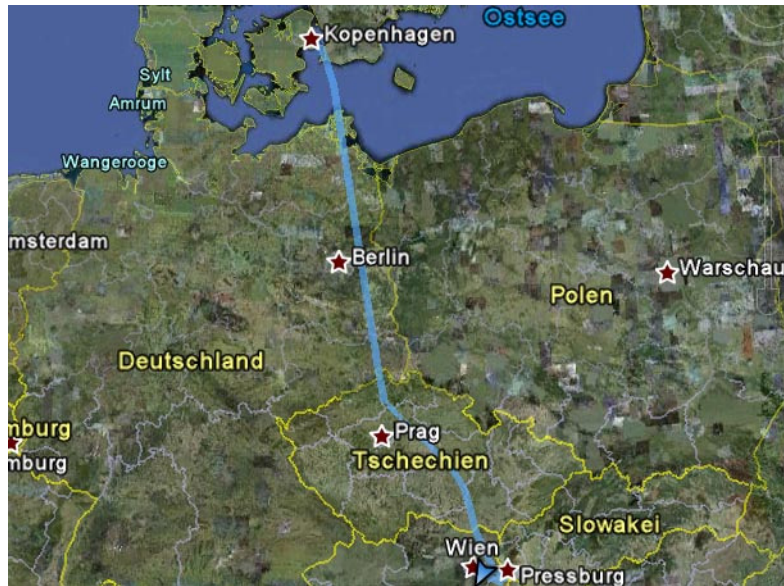


Abb.3 Flugroute mit Google Earth

Dies hat den Vorteil, dass man eine sogenannte „Tour“ des gesamten Fluges erzeugen kann, dh. man kann den Flug in Google Earth aus der Flugzeugperspektive nachvollziehen:

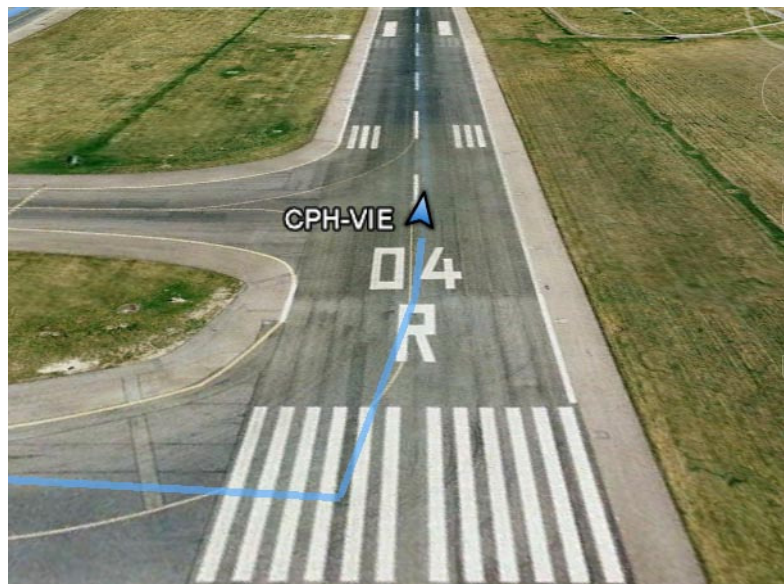


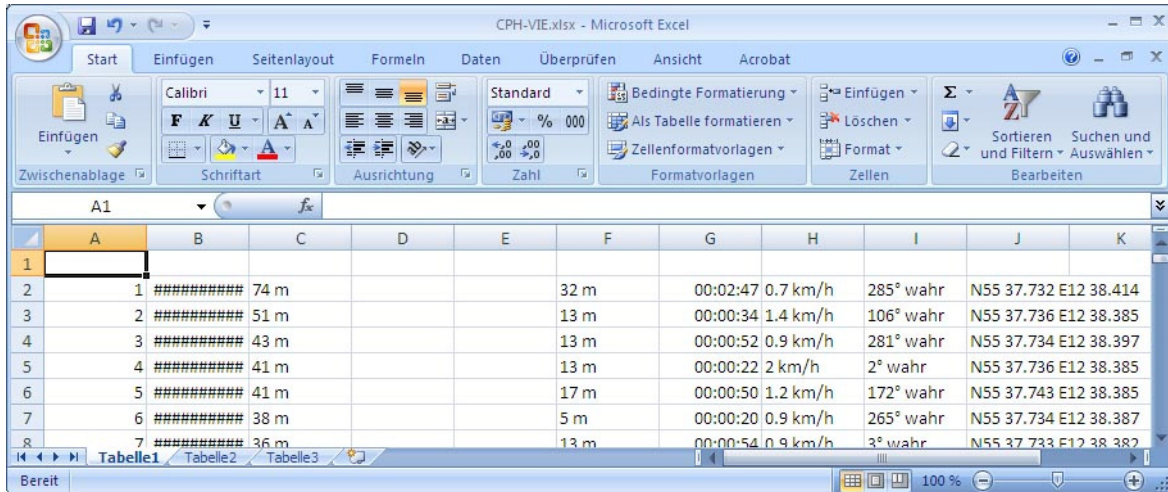
Abb.4 Abflug in Kopenhagen, gezeigt mit Google Earth

4 Jetzt will ich mehr wissen!

Wir können eine der ursprünglichen Fragen bereits beantworten (nein, wir sind nicht über Polen geflogen), was aber die Höchstgeschwindigkeit, Steigflug, Flughöhe etc. betrifft, haben wir noch keine Antwort gefunden. Um auch diese Fragen zu beantworten, kopieren wir die Daten in [Excel](#). Bevor wir dies tun, müssen wir zunächst einmal verstehen, was die Daten überhaupt bedeuten. GPS-Geräte zeichnen nicht kontinuierlich auf, sondern messen die Position, Geschwindigkeit, Zeit, Richtung etc. zu gewissen Zeitpunkten (Messpunkte). Die obige Flugroute besteht eigentlich aus einzelnen Punkten, an denen die Position gemessen wurde (bei diesem Beispiel sind es ca. 550 Messpunkte), und diese Punkte wurden durch Strecken verbunden – in der Mathematik würde man von einer linearen Interpolation sprechen. Dies ermöglicht es, eine gute Annäherung an die tatsächliche Flugroute zu erhalten, ohne eine riesige Datenmenge erheben zu müssen. Die verfügbaren Daten sind also eine Menge an Messpunkten, von denen jeder aus einem Index (eine fortlaufende Zahl), einem Zeitstempel (Datum und Uhrzeit der Messung), einer Höhenangabe, einer Entfernung (wie weit ist der letzte Messpunkt entfernt), einem Zeitintervall (wie viel Zeit ist seit der letzten Messung, dh. seit der

Erhebung des letzten Messpunktes, vergangen), einer (Momentan-)Geschwindigkeit, einer Richtungsangabe, und einer Position (im oben erwähnten WGS-84 System).

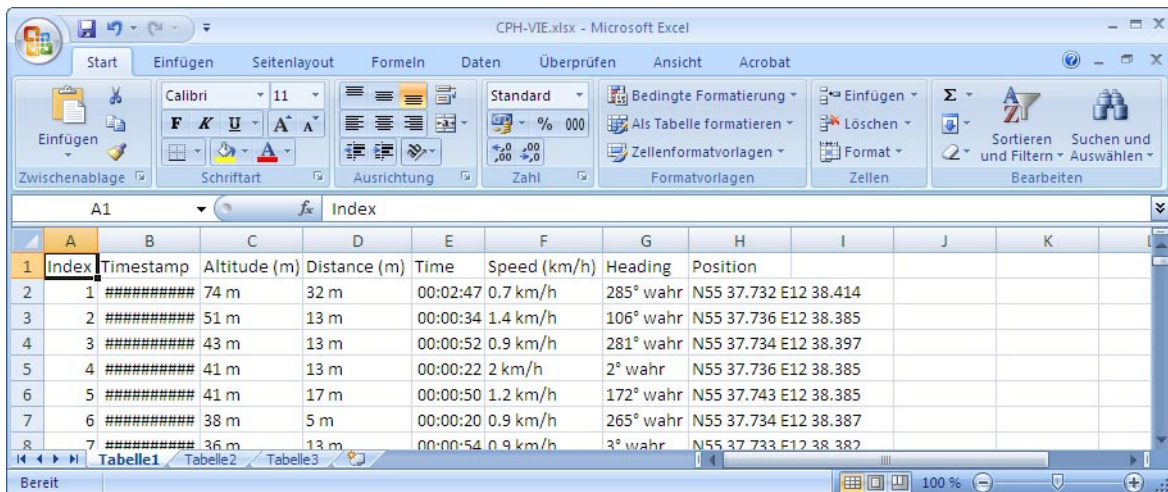
Um diese Daten in Excel zu bearbeiten, markieren wir sie zunächst in der GPS-Software, kopieren sie, und fügen sie in Excel ein:



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2	1	#####	74 m		32 m		00:02:47	0.7 km/h	285° wahr	N55 37.732 E12 38.414	
3	2	#####	51 m		13 m		00:00:34	1.4 km/h	106° wahr	N55 37.736 E12 38.385	
4	3	#####	43 m		13 m		00:00:52	0.9 km/h	281° wahr	N55 37.734 E12 38.397	
5	4	#####	41 m		13 m		00:00:22	2 km/h	2° wahr	N55 37.736 E12 38.385	
6	5	#####	41 m		17 m		00:00:50	1.2 km/h	172° wahr	N55 37.743 E12 38.385	
7	6	#####	38 m		5 m		00:00:20	0.9 km/h	265° wahr	N55 37.734 E12 38.387	
8	7	#####	36 m		13 m		00:00:54	0.9 km/h	3° wahr	N55 37.733 E12 38.382	

Abb.5 Rohdaten in Excel

Das sieht nicht gerade sinnvoll aus. Fügen wir zunächst ein paar Überschriften ein, damit die Daten etwas mehr Sinn bekommen.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Index	Timestamp	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position			
2	1	#####	74 m	32 m	00:02:47	0.7 km/h	285° wahr	N55 37.732 E12 38.414			
3	2	#####	51 m	13 m	00:00:34	1.4 km/h	106° wahr	N55 37.736 E12 38.385			
4	3	#####	43 m	13 m	00:00:52	0.9 km/h	281° wahr	N55 37.734 E12 38.397			
5	4	#####	41 m	13 m	00:00:22	2 km/h	2° wahr	N55 37.736 E12 38.385			
6	5	#####	41 m	17 m	00:00:50	1.2 km/h	172° wahr	N55 37.743 E12 38.385			
7	6	#####	38 m	5 m	00:00:20	0.9 km/h	265° wahr	N55 37.734 E12 38.387			
8	7	#####	36 m	13 m	00:00:54	0.9 km/h	3° wahr	N55 37.733 E12 38.382			

Abb.6 Rohdaten in Excel, mit Überschriften

Das sieht schon viel besser aus, nur die zweite Spalte, welche den Zeitstempel enthält, d.h. Datum und Uhrzeit der Messung, sieht seltsam aus. Dies liegt daran, dass Excel den Zeitstempel im Format tt.mm.jjjj hh:mm (also zuerst das Datum, dann die Uhrzeit in Stunden und Minuten) erwartet, das GPS-Gerät aber das Format tt.mm.jjjj hh.mm.ss (also zuerst das Datum, dann die Uhrzeit in Stunden, Minuten und Sekunden) liefert. Markiert man die Spalte mit dem Zeitstempel und korrigiert das Format mit dem Kontextmenü, erhält man:

CPH-VIE.xlsx - Microsoft Excel

Index	Timestamp	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position
1	21.07.2011 20:03:09	74 m	32 m	00:02:47	0.7 km/h	285° wahr	N55 37.732 E12 38.414
2	21.07.2011 20:05:56	51 m	13 m	00:00:34	1.4 km/h	106° wahr	N55 37.736 E12 38.385
3	21.07.2011 20:06:30	43 m	13 m	00:00:52	0.9 km/h	281° wahr	N55 37.734 E12 38.397
4	21.07.2011 20:07:22	41 m	13 m	00:00:22	2 km/h	2° wahr	N55 37.736 E12 38.385
5	21.07.2011 20:07:44	41 m	17 m	00:00:50	1.2 km/h	172° wahr	N55 37.743 E12 38.385
6	21.07.2011 20:08:34	38 m	5 m	00:00:20	0.9 km/h	265° wahr	N55 37.734 E12 38.387
7	21.07.2011 20:08:54	36 m	13 m	00:00:54	0.9 km/h	3° wahr	N55 37.733 E12 38.382

Abb.7 Rohdaten in Excel, mit Überschriften und korrigiertem Zeitstempel-Format

Um mit einigen Berechnungen beginnen zu können und endlich die Fragen von oben zu beantworten, müssen wir zunächst die angezeigten Einheiten entfernen, damit die einzelnen Zellen nur Zahlen beinhalten (insbesondere *Altitude*, *Distance*, und *Speed*, also Höhe, Entfernung, und Geschwindigkeit). Dies kann man ganz einfach durch Suchen/Ersetzen (suche nach den Einheiten, also zB nach „km/h“, und ersetze sie durch eine leere Zeichenkette) erledigen.

CPH-VIE.xlsx - Microsoft Excel

Index	Timestamp	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position
1	21.07.2011 20:03:09	74	32	00:02:47	0,7	285	N55 37.732 E12 38.414
2	21.07.2011 20:05:56	51	13	00:00:34	1,4	106	N55 37.736 E12 38.385
3	21.07.2011 20:06:30	43	13	00:00:52	0,9	281	N55 37.734 E12 38.397
4	21.07.2011 20:07:22	41	13	00:00:22	2	2	N55 37.736 E12 38.385
5	21.07.2011 20:07:44	41	17	00:00:50	1,2	172	N55 37.743 E12 38.385
6	21.07.2011 20:08:34	38	5	00:00:20	0,9	265	N55 37.734 E12 38.387
7	21.07.2011 20:08:54	36	13	00:00:54	0,9	3	N55 37.733 E12 38.382

Abb.8 Rohdaten in Excel in numerischer Form

Endlich können wir was rechnen! Um etwa die gesamte Flugdistanz herauszufinden, können wir einfach alle Entfernungen der Messpunkte (*Distance* in Spalte D) addieren:

CPH-VIE.xlsx - Microsoft Excel

Index	Timestamp	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position	Total distance (m)
1	21.07.2011 20:03:09	74	32	00:02:47	0,7	285	N55 37.732 E12 38.414	978535
2	21.07.2011 20:05:56	51	13	00:00:34	1,4	106	N55 37.736 E12 38.385	
3	21.07.2011 20:06:30	43	13	00:00:52	0,9	281	N55 37.734 E12 38.397	
4	21.07.2011 20:07:22	41	13	00:00:22	2	2	N55 37.736 E12 38.385	
5	21.07.2011 20:07:44	41	17	00:00:50	1,2	172	N55 37.743 E12 38.385	
6	21.07.2011 20:08:34	38	5	00:00:20	0,9	265	N55 37.734 E12 38.387	
7	21.07.2011 20:08:54	36	13	00:00:54	0,9	3	N55 37.733 E12 38.382	

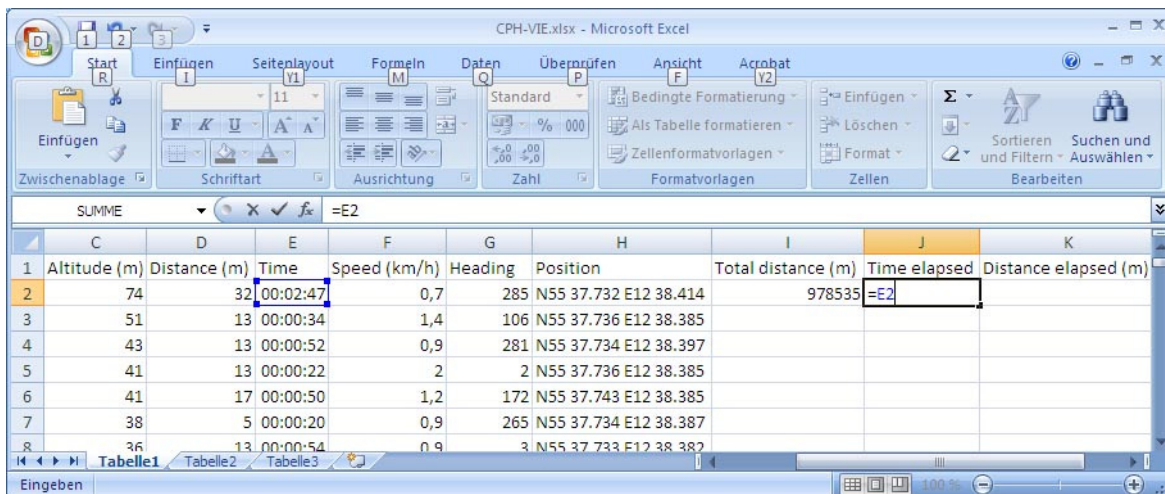
Abb.9 Berechnung der gesamten Flugstrecke

Wir sind also 978.535 m weit geflogen, dh. etwa 978,5 km.

Aufgaben:

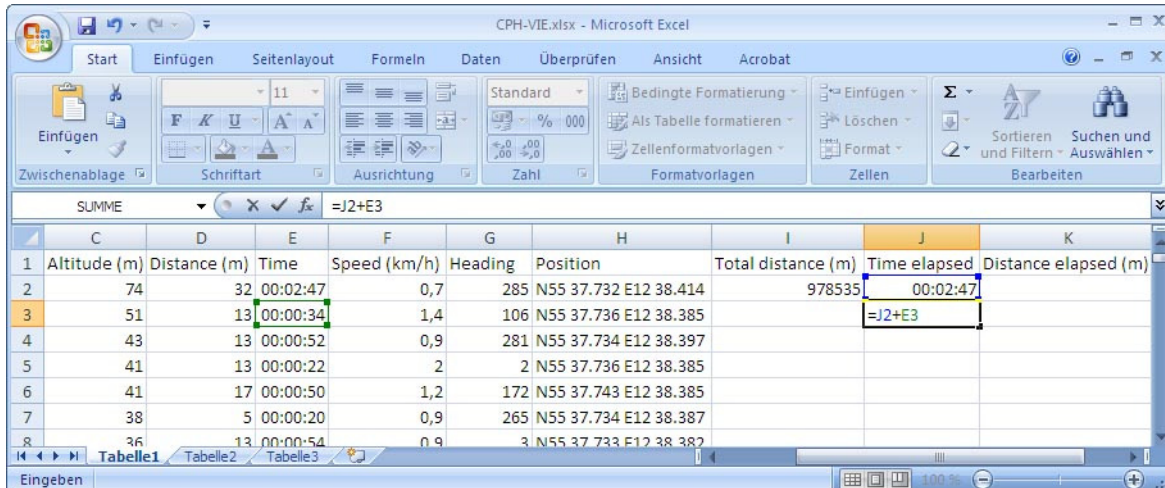
- [1] Verwende Google Maps oder einen Atlas, um die Entfernung (Luftlinie) zwischen Kopenhagen und Wien festzustellen. Vergleiche sie mit der oben berechneten Flugstrecke. Um wie viel ist die Flugstrecke länger?
- [2] Wie lang hat der Flug gedauert?
- [3] Wie hoch war die Durchschnittsgeschwindigkeit? Und die Höchstgeschwindigkeit?

Es wäre schön, auch eine graphische Darstellung der Daten zu haben. Zu diesem Zweck brauchen wir die Zeitspanne und die zurückgelegte Entfernung vom Start bis zu einem beliebigen Messpunkt. Das ist aber einfach: Wir können jeweils die Werte in der Zeit- und Entfernungsspalte bis zu einem Messpunkt addieren:



CPH-VIE.xlsx - Microsoft Excel

	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position	Total distance (m)	Time elapsed	Distance elapsed (m)
2	74	32	00:02:47	0,7	285	N55 37.732 E12 38.414	978535	=E2	
3	51	13	00:00:34	1,4	106	N55 37.736 E12 38.385			
4	43	13	00:00:52	0,9	281	N55 37.734 E12 38.397			
5	41	13	00:00:22	2	2	N55 37.736 E12 38.385			
6	41	17	00:00:50	1,2	172	N55 37.743 E12 38.385			
7	38	5	00:00:20	0,9	265	N55 37.734 E12 38.387			
8	36	13	00:00:54	0,9	3	N55 37.733 E12 38.382			



CPH-VIE.xlsx - Microsoft Excel

	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position	Total distance (m)	Time elapsed	Distance elapsed (m)
2	74	32	00:02:47	0,7	285	N55 37.732 E12 38.414	978535	00:02:47	
3	51	13	00:00:34	1,4	106	N55 37.736 E12 38.385		=J2+E3	
4	43	13	00:00:52	0,9	281	N55 37.734 E12 38.397			
5	41	13	00:00:22	2	2	N55 37.736 E12 38.385			
6	41	17	00:00:50	1,2	172	N55 37.743 E12 38.385			
7	38	5	00:00:20	0,9	265	N55 37.734 E12 38.387			
8	36	13	00:00:54	0,9	3	N55 37.733 E12 38.382			

	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Altitude (m)	Distance (m)	Time	Speed (km/h)	Heading	Position	Total distance (m)	Time elapsed	Distance elapsed (m)
2	74	32	00:02:47	0,7	285	N55 37.732 E12 38.414	978535	00:02:47	
3	51	13	00:00:34	1,4	106	N55 37.736 E12 38.385		00:03:21	
4	43	13	00:00:52	0,9	281	N55 37.734 E12 38.397		00:04:13	
5	41	13	00:00:22	2	2	N55 37.736 E12 38.385		00:04:35	
6	41	17	00:00:50	1,2	172	N55 37.743 E12 38.385		00:05:25	
7	38	5	00:00:20	0,9	265	N55 37.734 E12 38.387		00:05:45	
8	36	13	00:00:54	0,9	3	N55 37.733 E12 38.382		00:06:39	

Abb.10 Berechnung der Zeitspannen vom Start bis zu jedem Messpunkt

Damit ist es leicht, ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (v-t-Diagramm) zu erstellen, indem man das Diagramm-Menü von Excel benutzt:

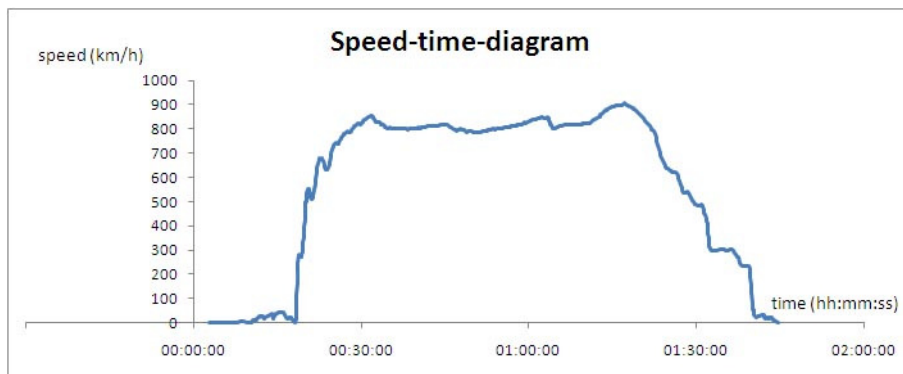


Abb.11 Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm

Mit Hilfe dieses Diagrammes kann man jetzt weitere Fragen über den Flug beantworten.

Aufgaben:

- [4] Zu welchem Zeitpunkt wurde die Höchstgeschwindigkeit erreicht?
- [5] Wie lange hat das Flugzeug vom Gate bis zum Abflug gebraucht?
- [6] Wie lange hat das Flugzeug nach der Landung zum Gate gebraucht?

Ebenso kann man ein Höhenprofil erstellen, also ein Höhe-Zeit-Diagramm:

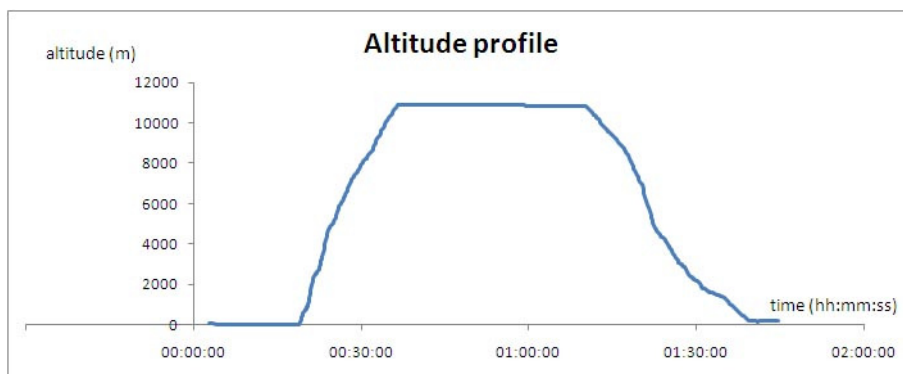


Abb.12 Höhenprofil

Aufgaben:

- [7] Wie groß war die maximale Flughöhe (Reise Flughöhe)?

- [8] Wie steil war der Steigflug vom Abheben bis zum Erreichen der maximalen Flughöhe (d.h. wie viele Meter pro Sekunde ist das Flugzeug gestiegen)?
- [9] Berechne eine Spalte für die zurückgelegte Entfernung und zeichne ein Geschwindigkeits-Weg-Diagramm!
- [10] Modellierung: Finde eine Funktion (sie kann auch stückweise definiert sein), deren Graph (näherungsweise) das Höhenprofil beschreibt.

5 Was kann ich sonst noch herausfinden?

Mit den gegebenen Datenmengen (mehr Daten findest Du [hier](#)) ist es einfach (und manchmal nicht so einfach), viele Fragen zu beantworten. Du könntest Dir überlegen, warum die Geschwindigkeit kurz nach Verlassen der maximalen Höhe am größten zu sein scheint, oder zu welchem Zeitpunkt die höchste Beschleunigung (oder Verzögerung) aufgetreten ist, oder sogar, von welcher Startbahn das Flugzeug gestartet ist. Piloten geben die Geschwindigkeit üblicherweise in Knoten und die Flughöhe in Fuß an, Du könntest also die Daten in diese Einheiten umrechnen. Und nicht zuletzt macht das ganze natürlich am meisten Spaß, wenn Du die Daten eines Fluges verwendest, bei dem Du selbst mitgeflogen bist!

6 Ich mag aber nicht fliegen ...

Überhaupt kein Problem. Die meisten der Dinge, über die wir gerade gesprochen haben, kann man genauso mit den Daten einer Autofahrt, eines Radausfluges, einer Wanderung, oder sogar einer morgendlichen Jogging-Runde durchführen.

Aufgaben:

- [11] Zeichne die Daten eines Rad- oder Wander-Ausflugs mit einem GPS-Gerät (oder einem Smartphone) auf und analysiere sie
- [12] Gib diese Datenmenge einer anderen Schülerin oder einem anderen Schüler in Deiner Klasse und erfinde ein paar Fragen, die sie oder er dann beantworten muss.

Literatur

- [1] De Silva, D.A. *Flying an airplane*. In Andersen, J. et al. *Bringing Mathematics to Earth*, Prvokruh Publishing House, Prague, 2010
- [2] [WGS84 implementation manual](#) (14. Oktober 2011)