



# GeoCaching – ako hľadat' pomocou satelitov

Andreas Ulovec

Slovenská verzia: Anna Hrešková

## 1 Úvod

Mnoho ľudí využíva zariadenia GPS aby zistili svoju polohu alebo aby našli trasu z jedného miesta na druhé. Je nimi vybavených stále viac áut a niekedy sa zdá, že staré dobré čítanie z máp je na minulosťou. Ale je aj niečo iné, na čo môžete svoju GPS využiť. Neumožní vám len navigáciu do určitého mesta alebo k najbližšej pumpe, ale pomôže vám tiež nájsť takzvané skrýše alebo hovorovo „kešky“. A čo je to „keška“? Keška je nádoba (obsahujúca logbook – zápisník; veľkosti nádob sa líšia od veľmi malých, o veľkosti hlavičky skrutky, až po veľmi veľké, o veľkosti vedra), ktorú niekto ukryl, a následne uverejnil jej GPS súradnice na web stránke. Vašou úlohou je pomocou týchto súradníc nájsť nádobu, a potom o tom urobiť záznam fyzicky do zápisníku (logbook) a tiež virtuálne na web stránku. Znie to jednoducho, nie? No nie vždy je to tak jednoduché, ako by ste si mohli myslieť. Tu sa môžete dozviedieť, ako to vlastne funguje, čo všetko potrebujete a tiež, čo to má spoločné s matematikou.

## 2 Čo je to GPS

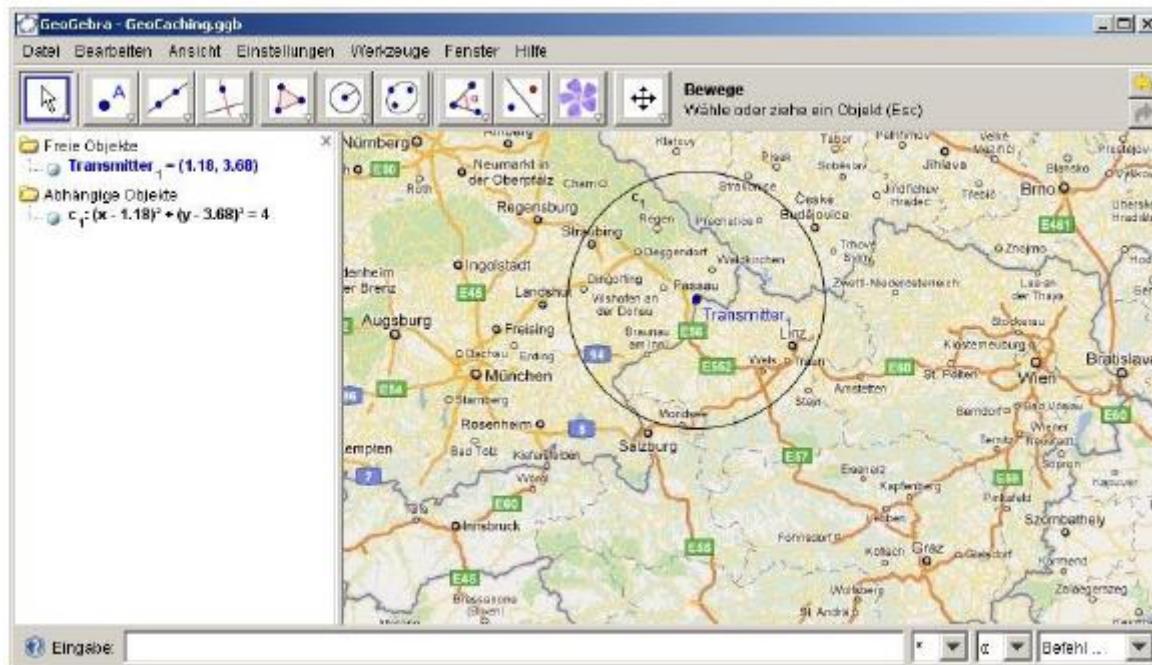
GPS (Global Positioning System) je založený na trojdimenzionálnej geometrii, využívajúc niekoľko satelitov na zemskej obežnej dráhe. Tieto sately neprestajne vysielajú signály, ktoré môžu byť zachytené a interpretované GPS prijímačom (niekedy tiež nazývaný GPS zariadenie, alebo jednoducho –ale menej presne– GPS). Tieto signály obsahujú polohy satelitov, čas odoslania signálu a ďalšie informácie o stave satelitu a o ostatných satelitoch. Pomocou signálov z (väčšinou) aspoň štyroch satelitov je možné vypočítať polohu GPS prijímača. Odhliadnuc od počítania opráv chýb (čo je celkom komplikovaný výpočet), výpočet polohy funguje takto: Prijímač vypočíta rozdiel medzi časom  $t_s$  kedy bol signál vyslaný satelitom a časom, kedy bol signál zachytený zariadením  $t_r$ . Keďže signál putuje rýchlosťou svetla  $c$ , umožňuje nám to výpočet vzdialosti  $d$  od satelitu ako  $d = c \cdot (t_r - t_s)$ . Teraz vieme, že sme (alebo vlastne, že GPS zariadenie je) vo vzdialosti  $d$  od prvého



satelitu. Tiež poznáme polohu tohto satelitu, takže teraz si musíme uvedomiť, „čo je to množina bodov, ktorá má od pevného bodu danú vzdialenosť?“ Pre rovinu by bola odpoveďou kružnica, ale keďže sa nachádzame v (trojrozmernom) priestore, odpoveďou je guľa (presnejšie guľová plocha). To znamená, že pomocou signálu len z jedného satelitu by sme vedeli, že sme niekde na povrchu tejto (virtuálnej) gule. Pomocou signálu z druhého satelitu môžeme zostrojiť druhú guľu, a teraz vieme, že sa nachádzame niekde na povrchu oboch gúľ, teda na priesečnici oboch týchto guľových plôch. Priesečnicou dvoch guľových plôch je kružnica. Tretí satelit nám poskytne ďalšiu guľovú plochu a priesečnicou týchto troch plôch je množina dvoch bodov. Ak sú tieto dva body ďaleko od seba, tak to stačí, pretože väčšinou máme aj iné informácie, na základe ktorých možno rozhodnúť, ktorý z týchto bodov je našou skutočnou pozíciou (t.j. väčšinou viete, či ste niekde v Rakúsku alebo niekde blízko južného pólu). Ale tieto dva body môžu byť tiež celkom blízko seba, a bolo by dobré vedieť, či ste blízko svojho hotela alebo sa prejdete ešte ďalších 20 km. Takže z praktických dôvodov potrebujeme tiež signál zo štvrtého satelitu, čoho výsledkom je jediný bod (opäť, ignorujeme možné chyby a ich opravu a zostávame pri opise ideálneho prípadu).

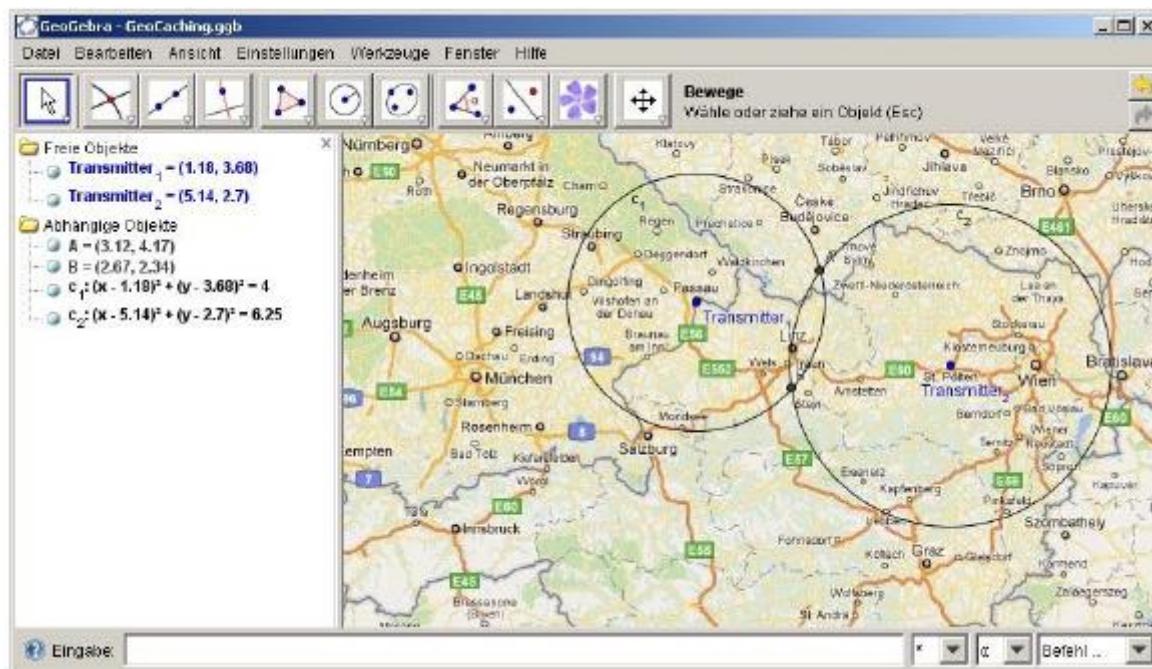
## 2.1 Exkurzia: Pretínanie sa troch kružníc

Pre uľahčenie chápania princípov GPS zvážime (hypotetický) dvojrozmerný prípad a pretínať sa nebudú guľové plochy, ale kružnice v programe Dynamic Geometry System GeoGebra (súbor môžete nájsť [tu](#)). Tento prípad nakoniec nie je až taký hypotetický, používa sa pri navigácii na zemskom povrchu (pre malé vzdialenosťi je to takmer guľová plocha), kde pri procese zvanom trilaterácia boli použité pevné vysielače namiesto satelitov. Ak začneme s jedným signálom (povedzme, že vysielač je umiestnený v Passau), dostaneme kružnicu:



Obr. 1 S jedným vysielačom vieme, že sme niekde na tejto kružnici

Pomocou druhého vysielača (povedzme, že sa nachádza v St. Pölten), by sme dostali nasledovné:



Obr.2 S dvoma vysielačmi nám zostali už len dve možné pozície

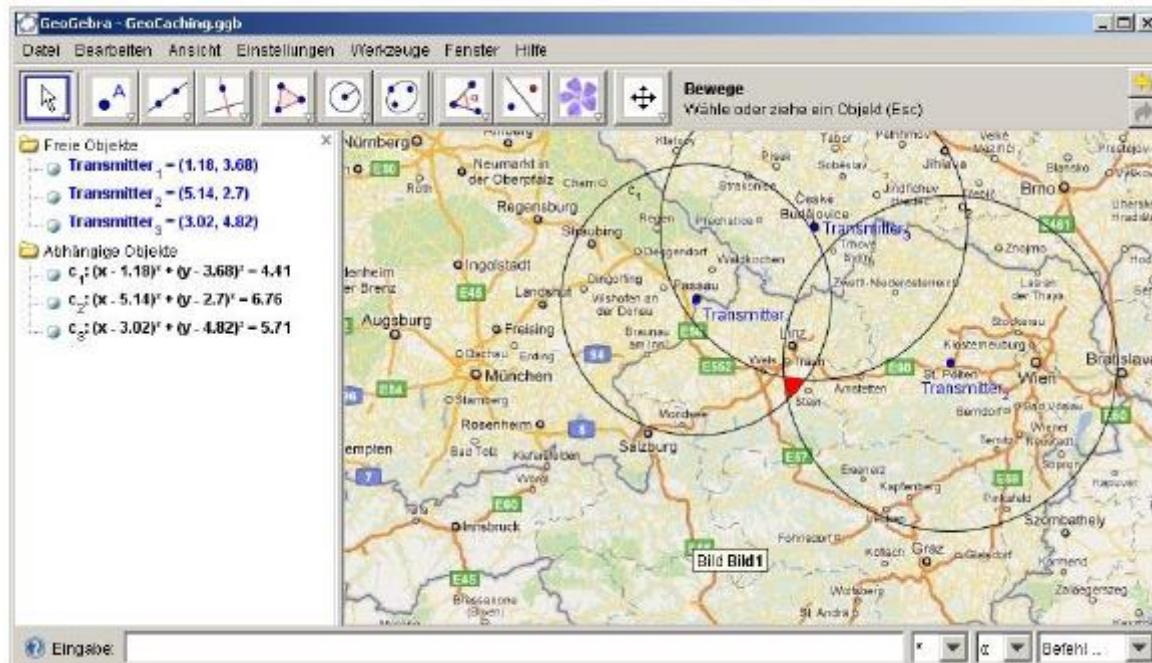


Teraz vieme, že sme bud' nedaleko rakúskeho mesta Steyr alebo nedaleko česko-rakúskych hraníc. Aby sme dostali našu presnú polohu, potrebujeme tretí vysielač (ktorý je napríklad v Českých Budějoviciach):



Obr. 3 Tri vysielače určujú vašu polohu – v ideálnom prípade

V tomto prípade by sme vedeli, že sme naozaj nedaleko rakúskeho mesta Steyr. Toto je ale samozrejme idealizovaný prípad: Chyby pri meraní času atď. by v realite viedli k situácii ako je táto:



Obr. 4 Chyby spôsobujú, že vaša poloha nie je určená tak spoľahlivo, ako by sa zdalo



Takže v skutočnosti nie sme schopní určiť našu presnú polohu, ale získame len približnú polohu. Viac vysielačov (resp. viac satelitných signálov) by zmiernilo veľkosť chyby, ale nejaká nepresnosť tam vždy zostáva. Presnosť GPS sa môže veľmi lísiť v závislosti od miestnych podmienok, počasia, počtu satelitov, ktoré sú vo vašom dosahu atď. Pri ideálnych podmienkach (otvorené priestranstvo, čistý výhľad na oblohu), môžete určiť svoju polohu s presnosťou na 5 m. Ak sa nachádzate v lese alebo medzi vysokými budovami, môže sa to zhoršiť na 20 m alebo viac (pozri napr. údaje joggingu vo Viedni).

*Úlohy:*

- [1] S použitím počítačového algebrického systému vypočítajte priesecníky dvoch a troch kružníc
- [2] S použitím výsledkov z úlohy [1] alebo súboru v GeoGebre odpovedzte na nasledujúcu otázku: Ak každá z troch kružníc má polomer 200 km a polomer sa môže lísiť o 0,01%, o koľko metrov sa môže od skutočnosti lísiť výsledná poloha?

## 3 Pod'me hľadat!

### 3.1. Súradnicové sústavy

Našim pôvodným cieľom bolo nájsť niečo, čo niekto iný ukryl a následne uviedol súradnice skryše na webovej stránke. Ak hovoríme o súradničiach, musíme sa najskôr dohodnúť na súradnicovej sústave, ktorú používame. Zo školy sme zvyknutí používať hlavne karteziánsku sústavu. Táto je dobrá pre rovinné plochy, ale nie príliš vhodná pre zemský povrch, ktorý je v podstate guľovou plochou (Zem má v skutočnosti tvar geoidu, čo je niečo, ako sploštená guľa). V tomto prípade musíme použiť sférickú súradnicovú sústavu (v podstate trojrozmerný ekvivalent dobre známej polárnej súradnicovej sústavy). Každá sférická súradnicová sústava potrebuje pevný počiatok (odkiaľ sa meria vzdialenosť) a dve pevné roviny (vzhľadom na ktoré sa merajú uhly zemepisnej dĺžky a šírky). Pri GPS navigácii ľudia väčšinou používajú sústavu WGS84. Jej počiatok je v strede Zeme; pevné plochy sú plocha prechádzajúca rovníkom a plocha prechádzajúca nultým poludníkom nedaleko Greenwich, UK. Každý bod teda môže byť popísaný dvoma (ak chceme vedieť len polohu na zemskom povrchu) alebo troma (ak chceme tiež vedieť polohu pod vodou alebo vo vzduchu) súradnicami: Zemepisná šírka, zemepisná dĺžka a (napokon) nadmorská výška (zvyčajne je nadmorská výška používaná namiesto vzdialenosť od stredu Zeme). Zemepisná dĺžka aj šírka sú mierami uhla,



ktoré sú zväčša uvádzané v stupňoch a minútach (uhla). Zemepisná šírka sa počíta na sever alebo juh od rovníka, zemepisná dĺžka na západ alebo východ vzhľadom na nultý poludník. Typické určenie polohy v sústave WGS84 by vyzeralo takto: N 48° 12.507, E 016° 22.331.

*Úlohy:*

- [3] S využitím Google Maps alebo Google Earth alebo podobného nástroja zistite, kde presne sa nachádza miesto s hore uvedenými súradnicami.
- [4] Zistite WGS84 súradnice svojho domu a svojej školy.
- [5] O koľko metrov sa zmení vaša poloha, ak zemepisnú dĺžku zmeníte o 1°?

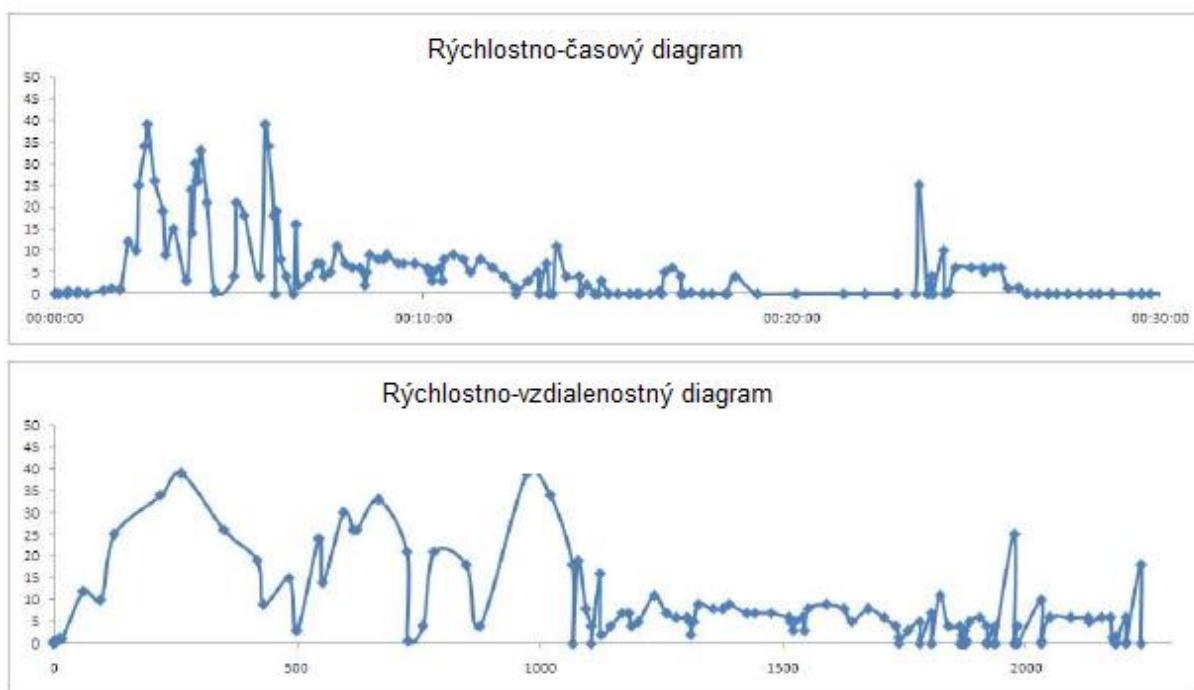
### **3.2 Interpretácia GPS dát**

Ak svoj GPS prijímač nastavíte, aby zaznamenával údaje o trase pri hľadaní skrýše, zvyčajne získate dlhý zoznam čísel. Pri interpretácii týchto čísel je dobré používať software na spracovanie tabuľiek, napr. Excel. V leteckých materiáloch môžete zistíť, ako spracovať dátu z GPS, a tiež, ako uskutočniť ich grafickú interpretáciu. Príklad typických GPS dát z geocachingového výletu môžete nájsť tu (excelovská tabuľka s údajmi) a tu (pôvodné údaje z GPS).

*Úlohy:*

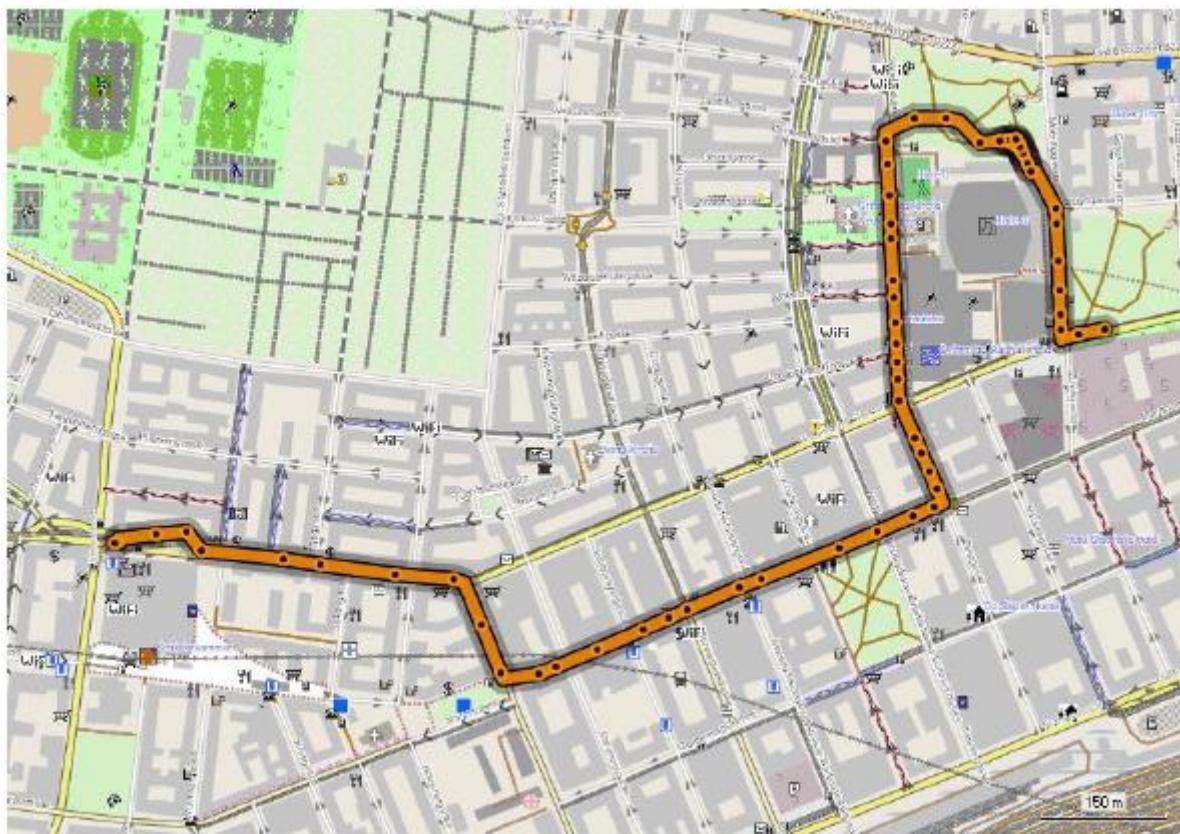
- [6] Ako dlho trval geocachingový výlet?
- [7] Aká vzdialenosť bola prejdená?
- [8] Aká bola priemerná rýchlosť?

S využitím rovnakých metód ako v leteckom materiály môžete zostrojiť časovo-rýchlosťný diagram a rýchlosťno-vzdialenosťný diagram:



**Obr. 6** Časové diagramy geocachingového výletu

Na mape vyzerá trasa nasledovne:



**Obr.7** Mapa trasy geocachingového výletu

**Úlohy:** (Pri nasledujúcich úlohách využite zadané údaje alebo údaje z vlastnej GPS)



[9] Aká vzdialenosť bola prejdená pomocou verejnej dopravy a aká vzdialenosť bola prejdená pešo?

[10] Kde na mape si myslíte, že bola skrýša (pomôcka: nie je to ani na začiatku ani na konci oranžovej čiary)?

[11] Ak by ste použili bicykel s priemernou rýchlosťou 20 km/h, boli by ste rýchlejší?

Pamäťajte, že s bicyklom nemôžete jazdiť všade. Aby ste zistili, kadiaľ sa bicyklom dá ísiť a kadiaľ nie, zadajte údaje do Google Earth.

Je jednoduché vymysliť mnoho ďalších otázok, ktoré môžu byť zodpovedané za pomocí údajov z GPS, pozri napr. materiály tu. V každom prípade, vidíte, že matematika je potrebná aj v reálnom živote, nie len v škole!

## Odkazy

- [1] <http://www.gps.gov/systems/gps/> (14. október 2011)
- [2] [návod na použitie WGS84 \(14. október 2011\)](#)
- [3] <http://www.geocaching.com> (14. október 2011)